

Analisis Seismisitas pada Data Gempa Bumi di Provinsi Maluku Utara

Penerapan Model *Epidemic Type Aftershock Sequence* (ETAS)

Maria Vera Brilliantina¹, Hasih Pratiwi², Yuliana Susanti³.

Universitas Sebelas Maret¹

Universitas Sebelas Maret²

Universitas Sebelas Maret³

vrbrilliantina@gmail.com

Abstrak — Gempa bumi merupakan suatu peristiwa alam acak dan sulit diperkirakan kejadiannya. Ilmu yang dapat menjelaskan suatu kejadian gempa bumi yang mengandung unsur ketidakpastian adalah statistik seismologi melalui pemodelan stokastik. Gempa bumi besar biasanya dapat memicu terjadinya gempa susulan, sehingga dapat diselesaikan dengan proses titik temporal. Salah satu model dari proses temporal adalah model tipe epidemik. Model tipe epidemik dapat menjelaskan fenomena dari gempa bumi beserta deretan gempa susulannya. Model *epidemic type aftershock sequence* (ETAS) merupakan salah satu model tipe epidemik yang digunakan untuk menganalisis dan menjelaskan aktivitas gempa bumi utama beserta gempa susulannya pada suatu wilayah dengan memperhatikan komponen waktu dan magnitudo. Penelitian ini bertujuan untuk menerapkan model ETAS pada data gempa bumi di Provinsi Maluku Utara tahun 2000 sampai 2020. Hasil estimasi parameter menyatakan bahwa laju kegempaan dasar sebesar 0,03873 gempa bumi/hari, produktivitas gempa susulan sebesar 0,04075 gempa susulan/hari, efisiensi gempa bumi dengan magnitudo tertentu menghasilkan gempa susulan sebesar 3,86734/m, skala waktu laju peluruhan gempa susulan sebesar 0,01790 hari, dan laju peluruhan gempa susulan sebesar 1,05281 hari.

Kata kunci: *estimasi likelihood maksimum, fungsi intensitas bersyarat, gempa bumi, model ETAS*

I. PENDAHULUAN

Indonesia merupakan negara kepulauan terbesar di dunia dengan memiliki lebih dari 17.000 pulau yang dilalui oleh jalur pertemuan tiga lempeng tektonik yaitu Lempeng Eurasia, Lempeng Pasifik, dan Lempeng Indo-Australia. Terletak di pertemuan tiga lempeng bumi menjadikan Indonesia rawan akan gempa karena sering terjadi aktivitas pergeseran lempeng bumi dan bila antar lempeng bumi saling bertabrakan, maka akan mengakibatkan gempa bumi dan tsunami sekaligus.

Salah satu wilayah di Indonesia yang rawan terjadi gempa bumi adalah Provinsi Maluku Utara. Provinsi Maluku Utara berbatasan dengan Samudera Pasifik (Utara), Laut Halmahera (Timur), Laut Seram (Selatan), dan Laut Maluku (Barat). Secara tektonik, Maluku Utara merupakan wilayah yang memiliki tingkat kegempaan yang cukup tinggi dan kompleks karena dipengaruhi oleh tiga lempeng besar yaitu Lempeng Pasifik, Lempeng Eurasia, dan Lempeng Indo-Australia yang bertemu di wilayah Halmahera [1]. Pertemuan dari beberapa lempeng tersebut mengakibatkan aktivitas saling mendorong antara satu lempeng dengan yang lainnya sehingga menjadikan Provinsi Maluku Utara memiliki potensi kegempaan yang cukup aktif [2].

Di bagian utara berdasarkan arah Maluku Utara terdapat beberapa lempeng mikro yang mempengaruhi seismisitas pada daerah ini yaitu busur kepulauan Halmahera, Sangihe, dan lempeng mikro di Laut Maluku. Ketiga lempeng mikro tersebut merupakan serpihan margin dari mega lempeng Eurasia dan Pasifik yang saling menekan, terutama lempeng Laut Maluku yang mencirikan pola seismisitas yang kompleks sebagai sumber tekanan yang begitu besar [3]. Berdasarkan data dari *United States Geological Survey* (USGS), sejak tahun 2000 sampai 2020 telah terjadi kejadian gempa bumi sejumlah 580 dengan magnitudo ≥ 5 mb dengan kedalaman gempa 0-70km di Provinsi Maluku Utara.

Gempa bumi merupakan kejadian alam yang kemunculannya bersifat acak baik dalam ruang maupun waktu sehingga prakiraan waktu kemunculan gempa bumi pada suatu lokasi masih sulit

diperkirakan. Hingga saat ini, pengembangan metodologi prakiraan gempa bumi masih terus dikaji baik menurut aspek seismologi maupun aspek stokastik yang dapat dipelajari dalam statistik seismologi. Subjek utama statistik seismologi adalah proses titik yaitu model stokastik yang dapat menerangkan kejadian-kejadian alam yang bersifat acak. Pada model ini, gempa bumi dipandang sebagai koleksi acak titik-titik dalam suatu ruang, dimana masing-masing titik menyatakan waktu atau/dan lokasi dari suatu kejadian [4]. Dalam penelitian seismologi, salah satu hukum empiris dasar yang terkenal adalah Hukum Omori. Hukum ini menjelaskan peluruhan aktivitas gempa susulan menurut waktu dan kemudian dimodifikasi oleh Utsu menjadi hukum Omori-Utsu [5].

Menurut Omi [6], terjadinya sebuah gempa bumi besar diikuti oleh banyak gempa susulan. Kejadian ini merupakan salah satu penerapan proses titik *self-exciting* sebagai kumpulan titik random yang menyatakan kejadian pada waktu tertentu dimana satu kejadian memiliki peluang memicu kejadian-kejadian lain. Gempa susulan dapat dianalogikan seperti suatu epidemi, yaitu suatu gempa bumi besar memengaruhi terjadinya gempa bumi susulan pada suatu interval waktu tertentu dan meluas untuk suatu rentang waktu yang lama setelah gempa bumi utama terjadi [7].

Menurut Zhuang [8], model *epidemic type aftershock sequence* (ETAS) merupakan model yang sesuai untuk menjelaskan deretan gempa bumi susulan. Model ETAS juga menunjukkan adanya periode di antara dua kejadian gempa bumi besar. Hal ini menunjukkan bahwa terdapat perbedaan pola kegempaan yang cukup jelas antara deretan gempa susulan pertama dan deretan gempa susulan berikutnya. Berdasarkan uraian di atas, penelitian bertujuan untuk membahas model ETAS dan menerapkannya pada data kejadian gempa bumi yang terjadi di Provinsi Maluku Utara tahun 2000-2020.

II. METODE PENELITIAN

A. Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder kejadian gempa bumi di Provinsi Maluku Utara pada tahun 2000 sampai 2020 yang diperoleh dari *United States Geological Survey* (USGS). Data tersebut memuat data waktu terjadinya gempa, magnitudo gempa bumi, kedalaman gempa, dan pusat gempa bumi. Ambang batas magnitudo yang digunakan adalah sebesar 5 mb dengan kedalaman antara 0-70 km.

B. Langkah-langkah Analisis

Berikut adalah langkah-langkah yang dilakukan dalam penerapan model ETAS pada data gempa bumi di Provinsi Maluku Utara tahun 2000-2020 dengan estimasi parameter menggunakan metode *likelihood* maksimum.

1. Menentukan nilai parameter awal untuk mengestimasi parameter model ETAS.
2. Mengestimasi parameter model ETAS pada data gempa bumi di Provinsi Maluku Utara dengan metode *likelihood* maksimum.

Metode *likelihood* maksimum merupakan suatu metode untuk menduga nilai parameter dari suatu distribusi. Konsep dasarnya yaitu menentukan nilai parameter yang memberikan kemungkinan terbesar untuk mendapatkan data terobservasi sebagai estimator. Langkah pertama dalam mengestimasi parameter dengan metode *likelihood* maksimum adalah menentukan fungsi densitas bersama. Kemudian, langkah berikutnya adalah menentukan fungsi *likelihood*.

Berikut diberikan definisi mengenai fungsi densitas probabilitas bersama dari n variabel acak X_1, X_2, \dots, X_n dan fungsi *likelihood* serta metode estimasi *likelihood* maksimum menurut Bain dan Engelhardt [9].

Definisi 1. *Fungsi densitas probabilitas bersama dari n variabel acak X_1, X_2, \dots, X_n yang bergantung terhadap θ dibuktikan dalam bentuk $f(x_1, \dots, x_n; \theta)$ yang disebut dengan fungsi *likelihood*. Fungsi *likelihood* dinyatakan dengan $L(\theta)$. Jika x_1, \dots, x_n merupakan sampel acak dari $f(X|\theta)$ maka*

$$L(\theta) = (x_1|\theta)(x_2|\theta)\dots f(x_n|\theta).$$

Definisi 2. *Misalkan $L(\theta) = (x_1, \dots, x_n; \theta)$, $\theta \in \Omega$, merupakan fungsi densitas probabilitas dari X_1, \dots, X_n . Untuk suatu himpunan dari observasi x_1, \dots, x_n , nilai $\hat{\theta}$ dalam Ω pada $L(\theta)$ adalah maksimum yang kemudian disebut sebagai estimator *likelihood* maksimum (MLE) dari θ . Nilai $\hat{\theta}$ merupakan nilai θ jika memenuhi*

$$f(x_1, \dots, x_n; \hat{\theta}) = \max_{\theta \in \Omega} f(x_1; \theta) \dots f(x_n; \theta).$$

Estimator *likelihood* maksimum (MLE) yang dinyatakan dalam $\hat{\theta}$ dapat ditulis

$$\hat{\theta} = \max_{\theta \in \Omega} L(\theta)$$

Memaksimumkan nilai nilai $L(\theta)$ sama halnya dengan memaksimumkan fungsi log *likelihood*, $\log L(\theta)$, sehingga diperoleh

$$\hat{\theta} = \max_{\theta \in \Omega} \log L(\theta)$$

Parameter $\hat{\theta}$ kemudian disebut estimator *likelihood* maksimum jika memenuhi penyelesaian

$$\frac{dL(\hat{\theta})}{d\hat{\theta}} = 0 \text{ dan } \frac{d^2L(\hat{\theta})}{d^2\hat{\theta}} = 0.$$

Diberikan data kejadian t_1, t_2, \dots, t_n pada interval waktu pengamatan $[0, T)$ dan intensitas bersyarat $\lambda(t|H_t)$, fungsi log *likelihood* mengacu pada Ogata [10] dapat ditulis dalam bentuk

$$\log L = \sum_{i=1}^n \log \lambda(t_i|H_{t_i}) - \int_0^T \lambda(t|H_t) dx$$

3. Memilih model ETAS terbaik berdasarkan nilai *Akaike Information Centre* (AIC), yang dituliskan sebagai

$$AIC = -2\log \hat{L} + 2k,$$

dengan $\log \hat{L}$ merupakan log *likelihood* maksimum dari suatu model dan k merupakan banyaknya parameter yang sesuai dengan model. Model terbaik dipilih berdasarkan model yang memiliki nilai AIC terkecil [11].

4. Menentukan fungsi intensitas bersyarat model ETAS berdasarkan nilai parameter.

Model tipe epidemik pada gempa bumi, sebagai individunya adalah suatu kejadian gempa bumi dan sebagai populasinya adalah semua kejadian gempa bumi. Laju imigrasi mengacu pada kejadian gempa dasar, sedangkan kelahiran berhubungan dengan pemicu kejadian gempa susulan berdasarkan kejadian gempa bumi sebelumnya. Gempa bumi merupakan *proses self-exciting* yaitu proses kelahiran yang mempertimbangkan imigrasi dengan laju μ per satuan waktu dan laju kematian $h(x) = 0$ [12]. Proses *self-exciting* merupakan suatu proses dengan waktu t , waktu kejadian utama t_i , dan fungsi pemicu g dengan intensitas dasar μ . Proses tersebut menggunakan intensitas bersyarat sebagai berikut

$$\lambda(t|H_t) = \mu + \sum_{t_i < t} g(t - t_i), \tag{1}$$

dengan H_t menyatakan kejadian-kejadian sampai dengan waktu sebelum t .

Terdapat salah satu hukum empiris dasar dalam penelitian seismologi yaitu hukum Omori. Hukum Omori menyatakan banyaknya kejadian gempa susulan selama interval waktu tertentu. Hukum Omori dituliskan sebagai

$$n(t) = \frac{a}{t + b} \tag{2}$$

dengan $n(t)$ adalah jumlah gempa n yang diukur dalam selang waktu t , a dan b merupakan suatu konstanta yang bergantung pada tatanan geologi suatu wilayah, dan t merupakan waktu terjadinya gempa susulan.

Persamaan (2) kemudian dimodifikasi oleh Utsu menjadi hukum Omori-Utsu atau hukum Omori yang dimodifikasi, yang dituliskan sebagai

$$n(t) = \frac{a}{(t + b)^p} \tag{3}$$

dengan p adalah suatu nilai antara 0,7 sampai 1,5.

Berlandaskan hukum Omori-Utsu (3) dan model tipe epidemik (1), diberikan asumsi-asumsi sebagai berikut

- i. Laju kegempaan dasar pada suatu wilayah adalah konstan μ , dimana kegempaan dasar terjadi sesuai dengan proses Poisson stasioner dengan laju konstan μ .
- ii. Semua kejadian gempa bumi, termasuk gempa bumi susulan, dapat memicu gempa bumi susulan berikutnya. Kemudian, setiap kejadian gempa bumi susulan berikutnya memicu gempa bumi susulan berikutnya yang kedua secara independen. Banyaknya gempa bumi susulan sejak kejadian gempa bumi utama dengan magnitudo M mengikuti distribusi Poisson dengan rata-rata $K(M)$ yang dinyatakan sebagai

$$K(M) = Ae^{\alpha(M_i - M_0)},$$

dengan M_0 adalah adalah batas magnitudo, sementara A dan α merupakan parameter.

- iii. Kejadian gempa bumi susulan yang dipicu oleh gempa utama dengan magnitudo M pada interval waktu tertentu sesuai dengan proses Poisson $c(M)g(t - t_0)$ dengan $g(t)$ adalah fungsi Omori pada waktu tertentu, yang dinormalisasi sehingga $\int g(t)dt = 1$, yang dinyatakan sebagai

$$g(t) = \frac{p-1}{c} \left(1 + \frac{t}{c}\right)^{-p},$$

dengan c dan p adalah parameter yang akan ditentukan, sementara notasi t adalah waktu terjadinya gempa bumi utama.

- iv. Distribusi magnitudo independen terhadap laju aktivitas gempa bumi. Bentuk eksplisit dari hubungan Guttenberg-Richter digunakan sebagai fungsi kepadatan probabilitas dari magnitudo dinyatakan dengan

$$f(m) = \beta e^{\beta(M_i - M_0)}$$

Berdasarkan (1) dan (i)-(iv), dapat dibentuk fungsi intensitas bersyarat yang dinyatakan sebagai berikut

$$\lambda(t|H_t) = \mu_j + \sum_{t_i < t} K(M_i)g(t - t_i).$$

5. Menginterpretasikan fungsi intensitas bersyarat model ETAS.

Model ETAS merupakan salah satu model tipe epidemik yang digunakan untuk menganalisis aktivitas gempa bumi utama beserta gempa susulannya. Model ETAS digunakan untuk menjelaskan aktivitas gempa susulan pada suatu wilayah dengan memperhatikan komponen waktu dan magnitudo.

Diasumsikan bahwa suatu barisan gempa susulan dapat dimodelkan seperti suatu epidemik, yakni suatu gempa utama mempengaruhi gempa susulan yang lain di suatu interval waktu dan juga barisan gempa susulan meluas untuk suatu waktu yang lama setelah gempa utama terjadi.

Menurut Harte [7], fungsi intensitas bersyarat model ETAS dapat dituliskan sebagai,

$$\lambda(t|H_t) = \mu + K \sum_{i: t_i < t} e^{\alpha(M_i - M_0)} \left(1 + \frac{t - t_i}{c}\right)^{-p}, \quad (4)$$

Semua parameter (μ, K, α, c, p) pada (4) bernilai positif, dengan t_i merupakan waktu kejadian ke- i dengan besar magnitudo M_i dan M_0 merupakan besar ambang batas magnitudo, μ merupakan laju kegempaan dasar, K adalah produktivitas gempa susulan, α adalah besar efisiensi gempa bumi dengan magnitudo tertentu menghasilkan gempa susulan, c adalah laju peluruhan gempa susulan menurut skala waktu, dan p merupakan laju peluruhan gempa susulan secara keseluruhan.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Penerapan model ETAS pada data gempa bumi di Provinsi Maluku Utara dilakukan dengan melakukan estimasi parameter fungsi intensitas bersyarat dengan metode *likelihood* maksimum. Pada fungsi intensitas bersyarat model ETAS terdapat dua variabel, yaitu waktu t dan magnitudo m , serta lima parameter yaitu μ, K, α, c , dan p . Model ETAS menurut Harte [13] dibagi menjadi dua yaitu *null model* yang merupakan model ETAS dengan magnitudo mengikuti distribusi eksponensial dan *full model* dengan magnitudonya mengikuti distribusi gamma. Mengacu pada Harte [13], telah ditentukan nilai awal dari masing-masing parameter, $\mu = 0,05, K = 3,1, \alpha = 1,3, c = 0,02, p = 1,1, p_6 = 1/\text{mean}$ dari magnitudo kejadian, $p_7 = 0$ untuk *null model*, serta nilai parameter awal untuk *full model* ditentukan menurut logaritma nilai awal dari *null model* dengan penambahan satu parameter bebas $p_7 = 1$.

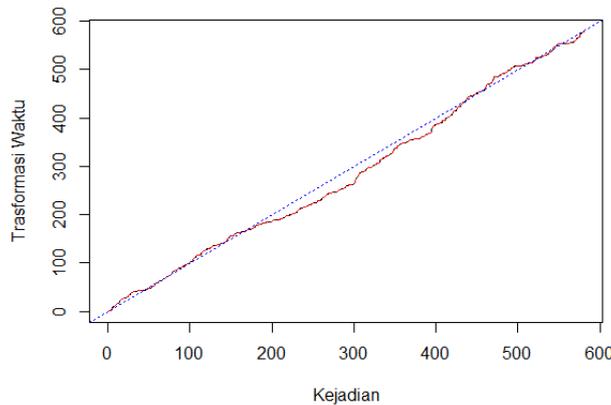
Hasil estimasi parameter model ETAS pada data gempa bumi di Provinsi Maluku Utara tertulis pada Tabel 1.

TABEL 1. HASIL ESTIMASI PARAMETER MODEL ETAS PADA DATA GEMPA BUMI DI PROVINSI MALUKU UTARA

Parameter	<i>Null Model</i>	<i>Full Model</i>
$P_1 = \mu$	0,03873	0,03873
$P_2 = K$	0,04075	0,04075
$P_3 = \alpha$	3,86734	3,86729

$P_4 = c$	0,01790	0,01790
$P_5 = p$	1,05281	1,05280
P_6	1,52815	1,52815
P_7	-	5,209412e-10
$Ln L$	-1942,214	-1942,214
AIC	3894,428	3898,428

Hasil estimasi parameter fungsi intensitas bersyarat model ETAS dipilih berdasarkan nilai AIC yang terkecil. Tabel 1 menunjukkan bahwa nilai AIC untuk *null model* lebih kecil dibandingkan nilai AIC untuk *full model*. Sehingga, *null model* dimana magnitudo mengikuti distribusi eksponensial merupakan model yang terpilih dalam mengestimasi fungsi intensitas bersyarat pada data gempa bumi di Provinsi



GAMBAR 1. PLOT RESIDUAL MODEL ETAS PADA DATA GEMPA BUMI DI PROVINSI MALUKU UTARA TAHUN 2000-2020

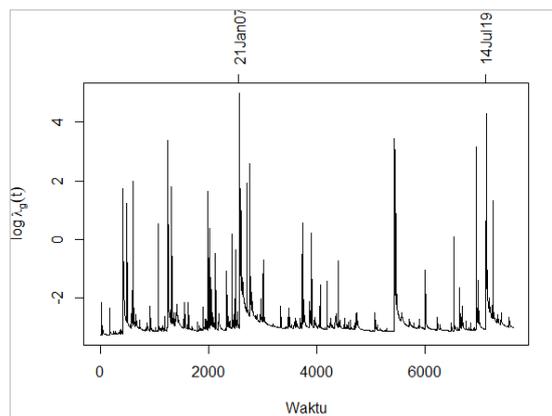
Maluku Utara tahun 2000-2020.

Grafik dari *full model* dan *null model* digambarkan pada plot proses residual pada Gambar 1. Garis hitam pada Gambar 1 merepresentasikan *full model* dan garis merah merepresentasikan *null model*. Jika kedua garis tersebut semakin mendekati garis putus-putus yang berwarna biru, maka dapat dikatakan bahwa model semakin akurat dalam mengestimasi parameter fungsi intensitas bersyarat model ETAS pada data gempa bumi di Provinsi Maluku Utara.

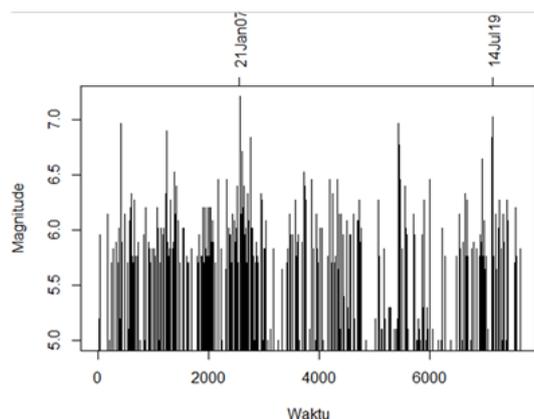
Berdasarkan *null model*, yang merupakan model terbaik untuk mengestimasi parameter fungsi intensitas bersyarat model ETAS, diperoleh nilai estimasi parameter untuk gempa bumi di Provinsi Maluku Utara yaitu $\mu = 0,03873$, $K = 0,04075$, $\alpha = 3,86734$, $c = 0,01790$, $p = 1,05281$. Kemudian, fungsi intensitas bersyarat model ETAS pada data gempa bumi di Provinsi Maluku Utara dapat dituliskan sebagai

$$\lambda(t|H_t) = 0,03873 + 0,04075 \sum_{i:t_i < t} e^{3,86734(M_i - M_0)} \left(1 + \frac{t - t_i}{0,01790}\right)^{-1,05281}$$

Plot dari magnitudo dan waktu kejadian gempa bumi di Provinsi Maluku Utara ditunjukkan pada Gambar 2 dan plot dari logaritma fungsi intensitas bersyarat ditunjukkan pada Gambar 3.



GAMBAR 2. PLOT MAGNITUDO KEJADIAN GEMPA BUMI DI PROVINSI MALUKU UTARA TAHUN 2000-2020



GAMBAR 3. PLOT LOGARITMA FUNGSI INTENSITAS BERSYARAT MODEL ETAS PADA DATA GEMPA BUMI DI PROVINSI MALUKU UTARA TAHUN 2000-2020

Berdasarkan Gambar 2 dan Gambar 3, terlihat bahwa kejadian gempa bumi dengan magnitudo yang besar cenderung memiliki fungsi intensitas yang besar pula. Kemudian, pada rentang tahun 2000-2020, terjadi beberapa gempa besar di Provinsi Maluku Utara, salah satunya terjadi pada Januari 2007 yang berpusat di Laut Maluku dengan magnitudo sebesar 7,2 mb dan pada Juli 2019 sebesar 7,0 mb dengan pusat gempa berada di 93 km utara timur laut Laiwui.

IV. SIMPULAN DAN SARAN

A. Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, didapatkan kesimpulan sebagai berikut.

1. Hasil estimasi parameter fungsi intensitas bersyarat model ETAS membuktikan bahwa *null model* dengan magnitudo berdistribusi eksponensial merupakan model terbaik untuk menjelaskan kejadian gempa bumi di Provinsi Maluku Utara tahun 2000-2020 yang dituliskan sebagai

$$\lambda(t|H_t) = 0,03873 + 0,04075 \sum_{i:t_i < t} e^{3,86734(M_i - M_0)} \left(1 + \frac{t - t_i}{0,01790}\right)^{-1,05281}$$

2. Estimasi parameter model ETAS diperoleh dengan metode estimasi *likelihood* maksimum. Hasil estimasi tersebut menyatakan bahwa gempa bumi di Provinsi Maluku Utara tahun 2000-2020 memiliki laju kegempaan dasar sebesar 0,03873 gempa bumi/hari, produktivitas gempa susulan sebesar 0,04075 gempa susulan/hari, efisiensi gempa bumi dengan magnitudo tertentu menghasilkan gempa susulan sebesar 3,86734/m, skala waktu laju peluruhan gempa susulan sebesar 0,01790 hari, dan laju peluruhan gempa susulan sebesar 1,05281 hari.

B. Saran

Pada penelitian selanjutnya, dapat dilakukan pengembangan model ETAS dengan memperhatikan komponen spasial dan/atau penerapan model ETAS pada wilayah yang berbeda dan dilakukan perbandingannya.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dan memberikan dukungan sehingga penulis dapat menyelesaikan penelitian ini dengan baik.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Ballantyne, P. 1991. Petrological constraints upon the provenance and genesis of the East Halmahera ophiolite. *Journal of Southeast Asian Earth Sciences*, 6(3-4), 259-269.
- [2] La Masinu, A., Yustesia, A., dan Suwardi, S. 2018. Sistem Tektonik dan Implikasinya terhadap Gempa Bumi di Pulau Halmahera. *Jurnal Pendidikan Geografi: Kajian, Teori, dan Praktek dalam Bidang Pendidikan dan Ilmu Geografi*, 23(1), 20-29.

- [3] Hall, R. 2000. Neogene history of collision in the Halmahera region, Indonesia.
- [4] Sunusi, N., Jaya, A. K., Islamiyati, A., dan Raupong. 2013. *Studi Temporal Point Process pada Analisa Prakiraan Peluang Waktu Kemunculan Gempa*, Laporan Hasil Penelitian, Program Studi Statistika FMIPA, Universitas Hasanuddin. Makassar.
- [5] Utsu, T. 1969. Aftershock and Earthquake Statistics (I), *Journal of the Faculty of Science Hokaido University* 43. 1-33.
- [6] Omi, T., Ogata, Y., Hirata, Y., & Aihara, K. 2014. Estimating the ETAS model from an early aftershock sequence. *Geophysical Research Letters*, 41(3), 850-857.
- [7] Harte, D. 2010. Ptprocess: An R Package for Modelling Marked Point Processes Indexed by Time, *Journal of Statistical Software* 35. 119-144.
- [8] Zhuang, J. 2000. Statistical Modelling of Seismicity Patterns Before and After the 1990 Oct 5 Cape Palliser Earthquake, New Zealand, *New Zealand Journal of Geology & Geophysics* 43. 447-460.
- [9] Bain, L. J., and Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*, Second Edition. Duxbury.
- [10] Ogata, Y. and H. Tsuruoka. 2016. Statistical Monitoring of Aftershock Sequences: A Case Study of the 2015 Mw7.8 Gorka, Nepal, Earthquake. *Earth, Planets and Space*.
- [11] Ogata, Y. 1999. Seismicity Analysis Through Point Process Modeling: A Review, *Pure and Applied Geophysics* 155. 471-507.
- [12] Ogata, Y. 1988. Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes. *Journal of the American Statistical association*, 83(401), 9-27.
- [13] Harte, D. 2010. Ptprocess: An R Package for Modelling Marked Point Processes Indexed by Time, *Journal of Statistical Software* 35. 119-144.