

Analisis Regresi Nonparametrik B-Spline

Pemodelan Jumlah Penduduk Miskin Di Provinsi Papua Menggunakan Regresi Nonparametrik B-Spline

Arik Mahmudah¹, Sri Sulistijowati Handajani,² Hasih Pratiwi³

Universitas Sebelas Maret^{1, 2, 3}

arikmahmudah511@student.uns.ac.id

Abstrak—Kemiskinan merupakan masalah yang banyak dialami berbagai negara yang disebabkan oleh beberapa faktor antara lain faktor ekonomi, pendidikan, dan pengangguran. Pada tahun 2021, persentase penduduk miskin tertinggi dicapai oleh Provinsi Papua yaitu sebesar 27,38% dibandingkan dengan 33 provinsi lainnya. Selain itu pada tahun sebelumnya, Provinsi Papua juga menjadi provinsi dengan tingkat persentase penduduk miskin tertinggi yaitu sebesar 26,64%. Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui faktor-faktor yang memengaruhi jumlah penduduk miskin di Provinsi Papua dengan menggunakan regresi nonparametrik B-spline. Data yang digunakan adalah tingkat pengangguran terbuka menurut kabupaten/kota tahun 2021, kepadatan penduduk tahun 2021, Produk Domestik Regional Bruto Atas Dasar Harga Konstan (PDRB ADHK) per kapita menurut kabupaten/kota tahun 2021, dan jumlah penduduk miskin menurut kabupaten/kota tahun 2021 di Provinsi Papua. Metode yang digunakan yaitu regresi nonparametrik B-spline. Regresi nonparametrik merupakan salah satu metode untuk mengetahui hubungan variabel prediktor dan variabel respons dengan tidak mengacu pada suatu parameter tertentu. Regresi nonparametrik B-spline dapat digunakan ketika data dalam penelitian tidak memiliki suatu pola. Plot data yang telah terbentuk, dikombinasikan titik knot dan ordenya untuk memperoleh nilai *Generalized Cross Validation* (GCV) optimal. Kemudian, titik knot dengan nilai GCV optimal tersebut digunakan untuk menentukan model regresi nonparametrik B-spline.

Kata kunci: Kemiskinan, B-Spline, Knot, GCV

I. PENDAHULUAN

Kemiskinan merupakan masalah yang banyak dialami di berbagai negara dan di suatu daerah di dalam negara tersebut. Sebagai negara berkembang, Indonesia saat ini masih dihadapkan dengan masalah kemiskinan yang melanda beberapa provinsi. Masalah kemiskinan ini merupakan masalah yang cukup kompleks dan dipengaruhi oleh beberapa aspek sehingga menjadi salah satu prioritas dalam proses pembangunan negara. Salah satu sasaran dalam pembangunan nasional yaitu menurunkan taraf kemiskinan di Indonesia. Pemerintah Indonesia telah melaksanakan program-program untuk pengentasan masalah kemiskinan ini. Upaya ini dilakukan agar tercapainya cita-cita bangsa yaitu, terciptanya masyarakat yang adil dan makmur.

Kemiskinan dapat disebabkan oleh beberapa faktor antara lain faktor ekonomi, pendidikan, dan pengangguran. Istilah kemiskinan ini muncul ketika seseorang atau sekelompok orang tidak dapat memenuhi kebutuhan ekonominya meliputi makanan, pakaian, tempat tinggal, pendidikan, kesehatan dan kemakmuran. Permasalahan kemiskinan dapat disebabkan oleh beberapa faktor seperti meningkatnya jumlah pengangguran, pertumbuhan ekonomi yang lambat, serta kualitas pendidikan seseorang. Menurut Badan Pusat Statistik (BPS) 2016, kemiskinan dipandang sebagai ketidakmampuan dalam memenuhi kebutuhan dasar makanan dan bukan makanan yang diukur dari sisi pengeluaran [1]. Oleh karena itu, masalah kemiskinan ini harus segera ditangani agar tidak menghambat keberhasilan pembangunan negara.

Suatu masyarakat dapat dikatakan mengalami kemiskinan saat seseorang tidak dapat mencukupi kebutuhan ekonomi dalam suatu standar hidup tertentu serta kualitas hidup yang rendah. Penduduk miskin merupakan penduduk yang memiliki rata-rata nilai pengeluaran per kapita per tahun di bawah garis kemiskinan. Berdasarkan data dari BPS, diketahui bahwa jumlah penduduk miskin pada bulan September 2021 sebesar 26,50 juta orang, menurun 1,04 juta orang terhadap bulan Maret 2021 dan menurun 1,05 juta orang terhadap bulan September 2020. Meskipun mengalami penurunan, namun jumlah penduduk miskin

tersebut masih lebih tinggi dibandingkan sebelum terjadinya pandemi. Pada tahun 2021, persentase penduduk miskin tertinggi dicapai oleh Provinsi Papua yaitu sebesar 27,38% dibandingkan dengan 33 provinsi lainnya. Selain itu pada tahun sebelumnya, Provinsi Papua juga menjadi provinsi dengan tingkat persentase penduduk miskin tertinggi yaitu sebesar 26,64% [1].

Penelitian yang dilakukan oleh Prastyo tentang faktor-faktor yang memengaruhi tingkat kemiskinan dengan menggunakan analisis data panel memperoleh hasil yaitu pertumbuhan ekonomi, tingkat pengangguran, upah minimum dan pendidikan berpengaruh secara signifikan terhadap kemiskinan di Jawa Tengah [2]. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini yaitu tingkat kemiskinan, pertumbuhan ekonomi regional, upah minimum kabupaten/kota, pendidikan, dan tingkat pengangguran terbuka di Provinsi Jawa Tengah dengan metode analisis yang digunakan yaitu analisis panel data (*pooled data*).

Faktor-faktor yang menyebabkan kemiskinan di Provinsi Papua yang dianalisis dengan menggunakan analisis heterogenitas spasial diperoleh hasil estimasi model *Geographically Weighted Regression* (GWR) menunjukkan bahwa hubungan antara infrastruktur kesehatan, pendidikan, dan jalan beraspal dengan kemiskinan adalah positif. Besarnya pengaruh tingkat pendidikan, tenaga medis, dan topografi wilayah terhadap kemiskinan di Provinsi Papua hampir sama di semua wilayah. Dengan kata lain, kemiskinan di Provinsi Papua secara umum disebabkan oleh tiga variabel tersebut [3]. Sedangkan, berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Anandanisa mengenai analisis tingkat kemiskinan di Provinsi Papua dengan regresi data panel didapatkan hasil bahwa PDRB memiliki *slope* negatif dan berpengaruh signifikan terhadap kemiskinan, pengeluaran pemerintah memiliki *slope* negatif dan tidak berpengaruh signifikan terhadap kemiskinan, dan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) memiliki *slope* negatif dan tidak berpengaruh signifikan terhadap kemiskinan di kabupaten/kota pada Provinsi Papua [4].

Rahmawati, Ispriyanti dan Warsito melakukan penelitian dengan judul Pemodelan Kasus Kemiskinan Di Jawa Tengah Menggunakan Regresi Nonparametrik Metode B-Spline. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah persentase penduduk miskin sebagai variabel respons, laju pertumbuhan ekonomi, tingkat pengangguran terbuka, dan tingkat pendidikan terakhir Sekolah Menengah Atas (SMA) ke atas sebagai variabel prediktor. Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, kesimpulan yang diperoleh yaitu model B-spline terbaik untuk mengestimasi data persentase penduduk miskin di Jawa Tengah adalah model B-spline pada saat laju pertumbuhan ekonomi, tingkat pengangguran terbuka, dan tingkat pendidikan terakhir SMA ke atas berorde 2, dan banyaknya titik knot variabel laju pertumbuhan ekonomi sebanyak 1 knot yaitu pada titik 4,51273, banyaknya titik knot variabel tingkat pengangguran terbuka sebanyak 1 knot yaitu pada titik 3,60626, dan banyaknya titik knot variabel tingkat pendidikan terakhir SMA ke atas sebanyak 2 knot yaitu pada titik 11,4129 dan 16,2481 dengan nilai GCV sebesar 9,79353 [5].

Penelitian yang dilakukan oleh Valentina mengenai pemodelan kemiskinan di Jawa Timur menggunakan regresi nonparametrik B-Spline menggunakan unit penelitian yaitu 38 Kota/Kabupaten di Provinsi Jawa Timur. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari satu variabel respons dan tiga variabel prediktor. Variabel tersebut meliputi indeks kedalaman kemiskinan, rata-rata lama sekolah, tingkat pengangguran terbuka, dan tingkat partisipasi angkatan kerja. Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, diperoleh hasil bahwa model B-spline terbaik berdasarkan knot optimal berdasarkan nilai GCV minimum untuk data kemiskinan diperoleh nilai sebesar 0,3769 dengan orde 2 (linier) dengan banyaknya knot sebanyak 1 [6].

Salah satu model regresi nonparametrik yang memiliki interpretasi statistik dan visual khusus yang baik adalah B-spline. B-spline merupakan model polinomial tersegmen pada suatu titik fokus yang disebut knot sehingga memberikan sifat fleksibilitas yang baik. Pendekatan *spline* mempunyai suatu basis fungsi yang biasa dipakai antara lain *truncated power* basis dan basis B-spline [7]. Dalam penerapannya, terdapat berbagai contoh pemodelan dengan menggunakan regresi B-spline ini, salah satunya yaitu pemodelan jumlah kemiskinan.

Berdasarkan latar belakang di atas akan dilakukan penelitian mengenai pemodelan jumlah penduduk miskin di Provinsi Papua dengan menggunakan regresi nonparametrik B-spline, sehingga dapat diketahui faktor apa saja yang memengaruhi jumlah kemiskinan di Provinsi Papua.

Adapun manfaat dari penelitian ini diharapkan mampu menjadi bahan rujukan dan tambahan wawasan bagi peneliti-peneliti selanjutnya yang tertarik dengan data nonparametrik, khususnya analisis regresi B-spline. Selain itu, dapat digunakan untuk membantu pemerintah dalam mengambil keputusan untuk menangani masalah kemiskinan di Provinsi Papua.

II. METODE PENELITIAN.

A. Jenis dan Sumber Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari BPS. Variabel yang digunakan adalah jumlah penduduk miskin menurut kabupaten/kota tahun 2021 di Provinsi Papua sebagai variabel respons (Y), tingkat pengangguran terbuka menurut kabupaten/kota tahun 2021 sebagai variabel prediktor (X_1), kepadatan penduduk tahun 2021 sebagai variabel prediktor (X_2), dan PDRB ADHK per kapita menurut kabupaten/kota tahun 2021 sebagai variabel prediktor (X_3). Unit pengamatan yang digunakan adalah 29 kabupaten/kota di Provinsi Papua. Tabel 1 menunjukkan data penelitian dari seluruh variabel Y dan X pada tahun 2021.

TABEL 1. DATA PENELITIAN

Kabupaten/Kota	Y	X_1	X_2	X_3
Merauke	23,83	2,19	5,3	89199788,42
Jayawijaya	78,18	1,62	38,9	33847579,95
Jayapura	15,56	7,87	15,1	120738512,2
Nabire	35,08	3,05	15,4	80574913,51
Kepulauan Yapen	25,67	2,47	55,7	50650794,99
Biak Numfor	36,38	9,49	52	48974613,65
Paniai	62,57	0,74	44,8	21926595,99
Puncak Jaya	46,39	1,74	34,9	8584218,43
Mimika	30,95	5,37	14,6	250011526
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Intan Jaya	21,31	1,43	34,9	11183926,93
Deiyai	30,83	0,79	187	16655841,72
Kota Jayapura	34,79	11,67	431,7	112902147

B. Regresi Nonparametrik B-Spline

Terdapat dua jenis pendekatan regresi, yaitu dengan regresi parametrik (linear, kuadrat, dan kubik) dan regresi nonparametrik (*spline*, *b-spline*, kernel, dsb.) [8]. Salah satu model regresi nonparametrik yang memiliki interpretasi statistik dan visual khusus yang baik adalah *B-spline* [9]. *B-spline* merupakan model polinomial tersegmen pada suatu titik fokus yang disebut knot sehingga memberikan sifat fleksibilitas yang baik. Sifat tersegmen ini memberikan fleksibilitas yang lebih dari polinomial biasa sehingga memungkinkan untuk menyesuaikan diri secara lebih efektif.

Pendekatan *spline* mempunyai suatu basis fungsi yang biasa dipakai antara lain *truncated power* basis dan basis *B-spline*. *Spline* dengan *truncated power* basis mempunyai kelemahan saat orde tinggi, knot yang banyak dan knot yang terlalu dekat akan membentuk matriks dalam persamaan normal untuk menghitung parameter β yang hampir singular sehingga persamaan normal sulit diselesaikan [10]. Untuk mengatasi permasalahan pada matriks persamaan normal yang singular digunakan pendekatan *spline* menggunakan basis fungsi yaitu basis *B-spline*. Bentuk umum regresi nonparametrik *B-spline* berorde m dengan k titik knot dinyatakan sebagai berikut [11]:

$$Y = \left(\sum_{j=1}^{m+k} \beta_j B_{(j-m),m}(x_{1i}) \right) + \dots + \left(\sum_{j=1}^{m+k} \beta_j B_{(j-m),m}(x_{ai}) \right) + \varepsilon, \tag{1}$$

$i = 1, 2, \dots, n. a = 1, 2, \dots, b$

dengan,

- Y : variabel respons
- β_j : parameter model untuk $j = 1, \dots, m + k$
- $B_{(j-m),m}(x_i)$: basis *B-spline* ke- j berorde m
- k : titik knot ξ_1, \dots, ξ_k

x_{ai} : variabel prediktor ke- a untuk $i = 1, 2, \dots, n$
 ε : eror.

Untuk membangun fungsi B-spline yang berorde m dengan k titik knot ξ_1, \dots, ξ_k dimana $a_0 < \xi_1 < \dots < \xi_k < a_1$, terlebih dahulu didefinisikan knot tambahan sebanyak $2m$, yaitu $\xi_{-(m-1)}, \dots, \xi_{-1}, \xi_0, \xi_{k+1}, \dots, \xi_{k+m}$, dengan $\xi_{-(m-1)} = \dots = \xi_0 = a_0$ dan $\xi_{k+1} = \dots = \xi_{k+m} = a_1$. Biasanya a_0 diambil dari nilai minimum x dan a_1 diambil dari nilai maksimum x [10].

Basis fungsi B-spline pada orde m dengan titik-titik knot di ξ_i dimana $i = -(m-1), \dots, k$ didefinisikan secara rekursif (pengulangan) sebagai berikut:

$$B_{i,m}(x) = \frac{x-\xi_i}{\xi_{i+m-1}-\xi_i} B_{i,m-1}(x) + \frac{\xi_{i+m}-x}{\xi_{i+m}-\xi_{i+1}} B_{i+1,m-1}(x) \tag{2}$$

untuk $i = -(m-1), \dots, k$ dan $B_{i,m}(x) = \begin{cases} 1, & x \in [\xi_i, \xi_{i+1}] \\ 0, & \text{untuk } x \text{ yang lainnya.} \end{cases}$

Fungsi B-spline berorde m dan k knot ξ_1, \dots, ξ_k pada (1) dapat ditulis sebagai:

$$Y = \beta_1 B_{1-m,m}(x_{11}) + \beta_2 B_{2-m,m}(x_{12}) + \dots + \beta_{m+k} B_{k,m}(x_{ai}) + \varepsilon_i$$

Persamaan (2) jika dinyatakan dalam bentuk matriks dapat ditulis menjadi:

$$Y = B\beta + \varepsilon \tag{3}$$

dengan matriks Y vektor variabel respons berordo $(n \times 1)$, B matriks basis B-spline berordo $n \times (m+k)$, β parameter model berordo $(m+k) \times 1$, dan ε vektor error berordo $(n \times 1)$, dengan:

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

dan matriks basis B-spline

$$B = \begin{bmatrix} B_{1-m,m}(x_1) & B_{2-m,m}(x_1) & \dots & B_{k,m}(x_1) \\ B_{1-m,m}(x_2) & B_{2-m,m}(x_2) & \dots & B_{k,m}(x_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{1-m,m}(x_n) & B_{2-m,m}(x_n) & \dots & B_{k,m}(x_n) \end{bmatrix}$$

β parameter model

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{m+k} \end{bmatrix}$$

dengan nilai eror

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

C. Basis Fungsi B-Spline

Orde model dapat ditentukan berdasarkan pola yang terjadi pada data, sedangkan banyaknya knot dan letak knot ditentukan berdasarkan perubahan pola di daerah tertentu pada kurva. Macam-macam basis fungsi B-spline yang dikategorikan berdasarkan orde m adalah sebagai berikut:

1. Orde $m = 2$ memberikan basis fungsi B-spline linear, dengan fungsi sebagai berikut:

$$B_{i,2}(x) = \frac{x-\xi_i}{\xi_{i+1}-\xi_i} B_{i,1}(x) + \frac{\xi_{i+2}-x}{\xi_{i+2}-\xi_{i+1}} B_{i+1,1}(x) \quad \text{dengan } i = -1, \dots, k$$

2. Orde $m = 3$ memberikan basis fungsi B-spline kuadrat, dengan fungsi sebagai berikut:

$$B_{i,3}(x) = \frac{x-\xi_i}{\xi_{i+2}-\xi_i} B_{i,2}(x) + \frac{\xi_{i+3}-x}{\xi_{i+3}-\xi_{i+1}} B_{i+1,2}(x) \quad \text{dengan } i = -2, \dots, k$$

3. Orde $m = 4$ memberikan basis fungsi B-spline kubik, dengan fungsi sebagai berikut:

$$B_{i,4}(x) = \frac{x-\xi_i}{\xi_{i+3}-\xi_i} B_{i,3}(x) + \frac{\xi_{i+4}-x}{\xi_{i+4}-\xi_{i+1}} B_{i+1,3}(x) \quad \text{dengan } i = -3, \dots, k$$

D. Pemilihan Model B-Spline Terbaik

Untuk memperoleh model B-spline terbaik diperlukan tempat dan banyaknya titik knot yang optimal. Metode yang digunakan untuk memilih titik knot yang optimal yaitu *Generalized Cross Validation* (GCV), metode GCV dapat ditulis dengan [7],

$$GCV = \frac{MSE(\lambda)}{\left(\frac{1}{n} \text{trace}[I - S]\right)^2}$$

dimana

$$MSE(\lambda) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}(x_i))^2$$

$$S = B(B^T B)^{-1} B^T$$

dengan

- n : banyaknya pengamatan
- I : matriks identitas $n \times n$
- MSE : *Mean Square Error* (Rata-rata Kesalahan Kuadrat)
- x_i : variabel prediktor
- y_i : variabel respons
- n : banyaknya pengamatan.

Pemilihan model terbaik dilakukan dengan cara membandingkan nilai GCV dari masing-masing orde dan titik knot yang memiliki nilai GCV paling kecil.

E. Koefisien Determinasi yang Disesuaikan (R_{adj}^2)

Koefisien Determinasi (*Goodness of Fit*) merupakan suatu ukuran yang penting dalam analisis regresi. Koefisien ini dapat menunjukkan baik atau tidaknya model regresi yang terestimasi. Koefisien determinasi yang telah disesuaikan (R_{adj}^2) merupakan koefisien yang digunakan telah dikoreksi dengan memasukkan jumlah variabel dan ukuran sampel yang digunakan. Model regresi dapat disimpulkan lebih baik jika memiliki nilai koefisien determinasi yang telah disesuaikan (R_{adj}^2) lebih tinggi. Rumus untuk menghitung R_{adj} yaitu:

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{MSE}{JKT/(p-1)} \tag{5}$$

dengan

- R_{adj}^2 : koefisien determinasi yang disesuaikan
- MSE : *Mean Squared Error* (Rata-rata kuadrat error)
- JKT : Jumlah Kuadrat Total
- p : jumlah variabel.

F. Uji Signifikansi Parameter Model (Uji F)

Merupakan pengujian untuk mengukur secara bersama-sama pengaruh variabel predictor terhadap variabel respons. Dengan uji hipotesisnya yaitu:

- Hipotesis
 - $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ (semua variabel prediktor (X) tidak berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon (Y)).
 - H_0 : paling tidak terdapat satu $\beta_i \neq 0; i = 1, 2, 3, \dots, (m + k)$ (paling tidak terdapat satu variabel prediktor (X) berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon (Y)).
- Tingkat signifikansi α : nilai α yang biasa digunakan yaitu 0,05 atau 0,1.
- Daerah kritis: H_0 ditolak jika nilai $p - value < \alpha$ atau nilai $F_{hitung} > F_{n-(m+k)-1}$. Dengan nilai $(m+k)$ merupakan banyak parameter dalam regresi nonparametrik B-spline kecuali β_0 .
- Statistik uji

$$F_{hitung} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \hat{y})^2}{m + k}}{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}(x_i))^2}{n - (m + k) - 1}}$$

- Kesimpulan

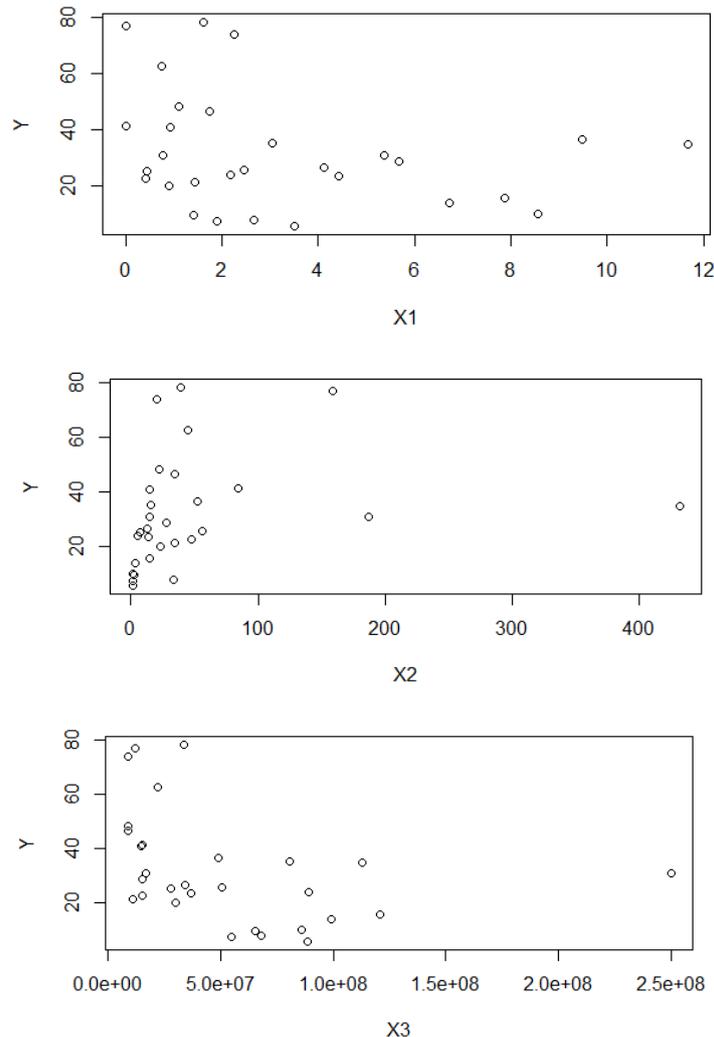
G. Langkah-Langkah Penelitian

Langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini yaitu:

1. Mengumpulkan data variabel respons dan variabel prediktor kemudian, membuat *scatterplot* antara variabel respons dengan masing-masing variabel prediktor. Mengitung nilai GCV dengan mengkombinasikan orde dan titik knot pada *scatterplot* yang telah terbentuk. Lalu dilanjutkan dengan menentukan model B-spline berdasarkan titik knot optimal yang dilihat dari nilai GCV minimum pada masing-masing kombinasi orde dan titik knot.
2. Melakukan pengujian serentak untuk mengetahui ada tidaknya pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respons. Lalu menentukan signifikansi kebaikan model dengan nilai koefisien determinasi.
3. Membuat interpretasi, menarik kesimpulan dan saran untuk model regresi nonparametrik B-spline yang diperoleh.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Bentuk pola hubungan antara variabel prediktor dan variabel respons dapat dilihat dari *scatterplot* yang terbentuk. *Scatterplot* antara variabel Y dengan masing-masing variabel $X_1, X_2,$ dan X_3 dapat dilihat pada Gambar 1. Gambar 1 menunjukkan *scatterplot* antara tingkat pengangguran terbuka menurut kabupaten/kota tahun 2021 (X_1), kepadatan penduduk tahun 2021 (X_2), dan PDRB ADHK per kapita menurut kabupaten/kota tahun 2021 (X_3) terhadap variabel jumlah penduduk miskin menurut kota/kabupaten 2021 di Provinsi Papua (Y).



GAMBAR 1. SCATTERPLOT ANTAR VARIABEL Y DAN X_1 , Y DAN X_2 , Y DAN X_3

Berdasarkan Gambar 1 dapat diketahui bahwa *scatterplot* antar variabel Y dengan masing-masing variabel $X_1, X_2,$ dan X_3 tidak mengikuti pola tertentu sehingga penelitian ini dapat menggunakan pendekatan model regresi nonparametrik.

Untuk mendapatkan estimasi model *B-spline* terbaik dilakukan pemilihan titik knot optimal. Model *B-spline* yang optimal didapatkan dengan menentukan letak dan banyaknya knot dalam beberapa orde. Titik knot optimal yang nantinya akan dipilih berdasarkan nilai GCV terkecil. Dalam penelitian ini, orde yang digunakan yaitu orde 2, 2, dan 2, sedangkan jumlah titik knot yang digunakan dalam setiap kombinasi orde pada setiap variabel prediktor yaitu satu knot. Percobaan dalam menentukan nilai GCV menggunakan Rstudio diperoleh hasil pada Tabel 2.

TABEL 2. NILAI GCV DENGAN SATU TITIK KNOT

Orde			K_{11}	K_{21}	K_{31}	Nilai GCV
X_1	X_2	X_3				
2	2	2	0,2357576	18,49798	74428030	364,9104
2	2	3	0,1178788	5,449495	74428030	373,3987
2	2	4	0,1178788	18,49798	74428030	407,4728
2	3	2	0,2357576	22,84747	74428030	396,7857
2	3	3	0,3536364	22,84747	74428030	406,9626
2	3	4	0,1178788	22,84747	74428030	446,7477
2	4	2	0,1178788	75,04141	74428030	424,587
2	4	3	0,1178788	75,04141	74428030	442,6699
2	4	4	0,1178788	75,04141	74428030	490,0507
3	2	2	0,3536364	18,49798	74428030	397,5882
3	2	3	0,3536364	18,49798	74428030	409,5247
3	2	4	0,2357576	18,49798	74428030	448,6269
3	3	2	0,2357576	22,84747	74428030	434,5932
3	3	3	0,3536364	22,84747	74428030	448,3596
3	3	4	0,2357576	22,84747	74428030	494,703
3	4	2	0,3536364	75,04141	74428030	463,3909
3	4	3	0,2357576	75,04141	74428030	488,407
3	4	4	0,3536364	75,04141	74428030	543,9961
4	2	2	0,3536364	18,49798	74428030	429,7298
4	2	3	0,3536364	5,449495	74428030	431,1756
4	2	4	0,3536364	5,449495	74428030	472,9967
4	3	2	0,3536364	18,49798	74428030	471,6935
4	3	3	0,3536364	5,449495	74428030	465,6141
4	3	4	0,3536364	5,449495	74428030	500,6989
4	4	2	0,3536364	75,04141	74428030	490,3231
4	4	3	0,3536364	75,04141	74428030	503,061
4	4	4	0,3536364	9,79899	74428030	552,8628

Berdasarkan Tabel 2. dapat diketahui bahwa knot optimal dengan 1 knot pada variabel X_1, X_2, X_3 adalah pada saat $X_1, X_2,$ dan X_3 berorde 2 dengan titik knot X_1 yaitu 0,2357576, titik knot X_2 yaitu 18,49798, dan titik knot X_3 yaitu 74428030 dengan nilai GCV terkecil yaitu sebesar 364,9104.

Model regresi *B-spline* diperoleh berdasarkan pada pemilihan titik knot optimal dengan nilai GCV terkecil. Pada penelitian ini, dipilih pemodelan regresi nonparametrik *B-spline* linier (berorde 2 pada X_1, X_2 dan X_3) dengan menggunakan satu titik knot. Estimasi model regresi *B-spline* dengan $X_1, X_2,$ dan X_3 berorde 2 serta banyaknya titik knot X_1, X_2, X_3 sebanyak satu ditulis

$$\hat{y}_i = \beta_{11}B_{-1,2}(X_1) + \beta_{12}B_{0,2}(X_1) + \beta_{13}B_{1,2}(X_1) + \beta_{21}B_{-1,2}(X_2) + \beta_{22}B_{0,2}(X_2) + \beta_{23}B_{1,2}(X_2) + \beta_{31}B_{-1,2}(X_3) + \beta_{32}B_{0,2}(X_3) + \beta_{33}B_{1,2}(X_3). \tag{6}$$

Estimasi parameter β untuk model *B-spline* terbaik dapat dilihat pada Tabel 3.

TABEL 3. ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI

Variabel	Parameter	Estimasi Parameter
X_1	β_{11}	22,511172
	β_{12}	7,272512
	β_{13}	5,951639
X_2	β_{21}	-1,921913
	β_{22}	15,482576
	β_{23}	22,174660
X_3	β_{31}	20,680701
	β_{32}	2,250688
	β_{33}	12,803934

Berdasarkan Tabel 3 diperoleh persamaan estimasi model B-spline terbaik yang ditulis pada persamaan berikut:

$$\hat{y}_i = 22,511172B_{-1,2}(X_1) + 7,272512B_{0,2}(X_1) + 5,951639B_{1,2}(X_1) + (-1,921913)B_{-1,2}(X_2) + 15,482576B_{0,2}(X_2) + 22,174660B_{1,2}(X_2) + 20,680701B_{-1,2}(X_3) + 2,250688B_{0,2}(X_3) + 12,803934B_{1,2}(X_3) \quad (7)$$

dengan,

$$B_{-1,2}(X_1) = \begin{cases} \frac{3,22 - X_1}{3,22}, & 0 \leq X_1 < 3,22 \\ 0, & \text{untuk } X_1 \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$B_{0,2}(X_1) = \begin{cases} \frac{X_1}{3,22}, & 0 \leq X_1 < 3,22 \\ \frac{11,67 - X_1}{8,45}, & 3,22 \leq X_1 < 11,67 \\ 0, & \text{untuk } X_1 \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$B_{1,2}(X_1) = \begin{cases} \frac{X_1 - 3,22}{8,45}, & 3,22 \leq X_1 < 11,67 \\ 0, & \text{untuk } X_1 \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$B_{-1,2}(X_2) = \begin{cases} \frac{48,52 - X_2}{47,42}, & 1,1 \leq X_2 < 48,52 \\ 0, & \text{untuk } X_2 \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$B_{0,2}(X_2) = \begin{cases} \frac{X_2 1,1}{47,42}, & 1.1 \leq X_2 < 48.52 \\ \frac{431,7 - X_2}{383,18}, & 48,52 \leq X_2 < 431,7 \\ 0, & \text{untuk } X_2 \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$B_{1,2}(X_2) = \begin{cases} \frac{X_2 - 48,52}{383,18}, & 48,52 \leq X_2 < 431,7 \\ 0, & \text{untuk } X_2 \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$B_{-1,2}(X_3) = \begin{cases} \frac{52604448 - X_3}{44020230}, & 8584218,4 \leq X_3 < 52604448 \\ 0, & \text{untuk } X_3 \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$B_{0,2}(X_3) = \begin{cases} \frac{X_3 - 8584218,4}{44020230}, & 8584218,4 \leq X_3 < 52604448 \\ \frac{1250011526 - X_3}{197407077,9}, & 52604448 \leq X_3 < 250011526 \\ 0, & \text{untuk } X_3 \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$B_{1,2}(X_3) = \begin{cases} \frac{X_3 - 52604448}{197407077,9}, & 52604448 \leq X_3 < 250011526 \\ 0, & \text{untuk } X_3 \text{ lainnya.} \end{cases}$$

Interpretasi dari model regresi nonparametrik B-spline diuraikan dengan mempertimbangkan nilai dari basis B-spline yang diperoleh sehingga interpretasi model dapat diuraikan sebagai berikut:

- Apabila variabel X_2, X_3 diasumsikan tetap, maka tingkat pengangguran terbuka (X_1) terhadap jumlah penduduk miskin pada kabupaten/kota ke- i di Provinsi Papua (Y_i) adalah sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = 22,511172B_{-1,2}(X_1) \tag{8}$$

dengan

$$B_{-1,2}(X_1) = \begin{cases} \frac{3,22-X_1}{3,22}, & 0 \leq X_1 < 3,22 \\ 0, & \text{untuk } X_1 \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$\hat{y}_i = 5,951639B_{1,2}(X_1) \tag{9}$$

dengan

$$B_{1,2}(X_1) = \begin{cases} \frac{X_1-3,22}{8,45}, & 3,22 \leq X_1 < 11,67 \\ 0, & \text{untuk } X_1 \text{ lainnya} \end{cases}$$

Ketika tingkat pengangguran terbuka pada kabupaten/kota ke- i di Provinsi Papua bernilai minimum yaitu 0%, maka nilai minimum tersebut disubstitusikan ke persamaan (8) sehingga ditemukan kasus jumlah penduduk miskin di kabupaten/kota tersebut meningkat sebanyak 23 kasus. Selain itu, ketika tingkat pengangguran terbuka pada kabupaten/kota ke- i di Provinsi Papua bernilai maksimum yaitu 11,67%, maka nilai maksimum tersebut disubstitusikan ke persamaan (9) sehingga ditemukan kasus jumlah penduduk miskin di kabupaten/kota tersebut meningkat sebanyak 6 kasus. Dengan demikian, ketika tingkat pengangguran terbuka rendah, maka jumlah penduduk miskin di Provinsi Papua akan meningkat.

- Apabila variabel X_1, X_3 diasumsikan tetap, maka kepadatan penduduk (X_2) terhadap jumlah penduduk miskin pada kabupaten/kota ke- i di Provinsi Papua (Y_i) adalah sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = -1,921913B_{-1,2}(X_2) \tag{10}$$

dengan

$$B_{-1,2}(X_2) = \begin{cases} \frac{48,52-X_2}{47,42}, & 1,1 \leq X_2 < 48,52 \\ 0, & \text{untuk } X_2 \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$\hat{y}_i = 22,174660B_{1,2}(X_2) \tag{11}$$

dengan

$$B_{1,2}(X_2) = \begin{cases} \frac{X_2-48,52}{383,18}, & 48,52 \leq X_2 < 431,7 \\ 0, & \text{untuk } X_2 \text{ lainnya} \end{cases}$$

Ketika kepadatan penduduk pada kabupaten/kota ke- i di Provinsi Papua bernilai minimum yaitu 1,1%, maka nilai minimum tersebut disubstitusikan ke persamaan (10) sehingga ditemukan kasus jumlah penduduk miskin di kabupaten/kota tersebut menurun sebanyak 2 kasus. Selain itu, ketika tingkat kepadatan penduduk pada kabupaten/kota ke- i di Provinsi Papua bernilai maksimum yaitu 431,7%, maka nilai maksimum tersebut disubstitusikan ke persamaan (11) sehingga ditemukan kasus jumlah penduduk miskin di kabupaten/kota tersebut meningkat sebanyak 22 kasus. Dengan demikian, ketika kepadatan penduduk rendah, maka jumlah penduduk miskin di Provinsi Papua akan berkurang.

- Apabila variabel X_1, X_2 diasumsikan tetap, maka PDRB ADHK per kapita (X_3) terhadap jumlah penduduk miskin pada kabupaten/kota ke- i di Provinsi Papua (Y_i) adalah sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = 20,680701B_{-1,2}(X_3) \tag{12}$$

dengan

$$B_{-1,2}(X_3) = \begin{cases} \frac{52604448-X_3}{44020230}, & 8584218,4 \leq X_3 < 52604448 \\ 0, & \text{untuk } X_3 \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$\hat{y}_i = 12,803934B_{1,2}(X_3) \tag{13}$$

dengan

$$B_{1,2}(X_3) = \begin{cases} \frac{X_3-52604448}{197407077,9}, & 52604448 \leq X_3 < 250011526 \\ 0, & \text{untuk } X_3 \text{ lainnya} \end{cases}$$

Ketika PDRB ADHK per kapita pada kabupaten/kota ke-*i* di Provinsi Papua bernilai minimum yaitu 8584218,4%, maka nilai minimum tersebut disubstitusikan ke persamaan (12) sehingga ditemukan kasus jumlah penduduk miskin di kabupaten/kota tersebut meningkat sebanyak 21 kasus. Selain itu, ketika PDRB ADHK per kapita pada kabupaten/kota ke-*i* di Provinsi Papua bernilai maksimum yaitu 250011526%, maka nilai maksimum tersebut disubstitusikan ke persamaan (13) sehingga ditemukan kasus jumlah penduduk miskin di kabupaten/kota tersebut meningkat sebanyak 13 kasus. Dengan demikian, ketika PDRB ADHK per kapita rendah, maka jumlah penduduk miskin di Provinsi Papua akan meningkat.

Setelah diperoleh model regresi *B-spline*, dilakukan pengujian signifikansi parameter model dengan uji F. Pengujian ini dilakukan untuk mengukur secara serentak/bersama-sama pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respons. Berikut langkah-langkah uji hipotesis pada uji serempak menggunakan uji F:

- Hipotesis
 $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_9 = 0$ (Semua variabel prediktor tidak berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respons).
 H_1 : paling tidak terdapat satu $\beta_i \neq 0$; $h = 1, 2, \dots, 9$ (paling tidak terdapat satu variabel prediktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respons).
- Tingkat signifikansi : $\alpha = 0,1$.
- Daerah kritis
- H_0 ditolak jika nilai $p - value < \alpha$ atau nilai $F_{hitung} > F_{(\alpha;h;(n-h-1))} = F_{(0,1;9;19)} = 1,98$.
- Statistik uji.
 Statistik uji yang digunakan adalah F_{hitung} yang dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$F_{hitung} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{h}}{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - h - 1}} = \frac{602,6216}{285,4523} = 2,111111 \quad (14)$$

- Kesimpulan
- Dikarenakan nilai $F_{hitung} = 1,8 < F_{(0,1;9;19)} = 1,98$, maka H_0 ditolak. Sehingga, paling tidak terdapat satu variabel prediktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respons.

Untuk mengukur kebaikan model dan ketepatan dalam prediksi dilakukan validasi model. Nilai R_{adj}^2 yang diperoleh pada penelitian ini adalah sebesar 0,921196. Nilai R_{adj}^2 tersebut menunjukkan bahwa pengaruh variabel tingkat pengangguran terbuka tahun 2021, kepadatan penduduk tahun 2021, dan PDRB ADHK per kapita tahun 2021 terhadap jumlah penduduk miskin tahun 2021 di Provinsi Papua sebesar 92,12%, sedangkan 7,88% jumlah penduduk miskin di Provinsi Papua dipengaruhi oleh faktor lain yang tidak diteliti pada penelitian ini. Setelah diperoleh model regresi nonparametrik *B-spline* dilakukan prediksi untuk jumlah penduduk miskin di Provinsi Papua. Nilai aktual dan nilai prediksi jumlah penduduk miskin di Provinsi Papua ditunjukkan pada Tabel 4.

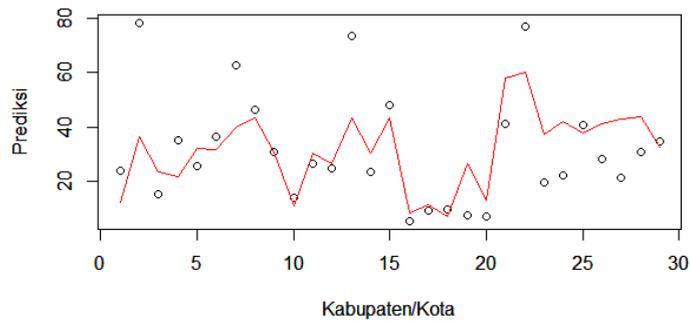
TABEL 4. PERBANDINGAN DATA AKTUAL DAN HASIL PREDIKSI

Kabupaten/Kota	Y	\hat{Y}	Kabupaten/Kota	Y	\hat{Y}
Merauke	23,83	12,46495	Sarmi	5,56	8,462328
Jayawijaya	78,18	36,53497	Keerom	9,3	11,44882
Jayapura	15,56	23,50806	Waropen	9,69	7,33404
Nabire	35,08	21,95099	Supiori	7,83	26,70905
Kepulauan Yapen	25,67	32,00556	Mamberamo Raya	7,04	13,34754
Biak Numfor	36,38	31,60386	Nduga	41,17	57,92679
Paniai	62,57	40,06892	Lanny Jaya	76,75	59,99321
Puncak Jaya	46,39	43,52766	Mamberamo Tengah	19,66	37,47253
Mimika	30,95	31,06648	Yalimo	22,32	42,06496
Boven Digoel	13,88	10,92331	Puncak	40,78	37,53108

Mappi	26,36	30,38264
Asmat	25,04	26,57099
Yahukimo	73,62	43,20487
Pegunungan Bintang	23,38	30,57078
Tolikara	48,16	43,30788

Dogiyai	28,38	41,11103
Intan Jaya	21,31	42,8358
Deiyai	30,83	43,84148
Kota Jayapura	34,79	32,68943

Grafik perbandingan nilai prediksi dan aktual ditunjukkan pada Gambar 2.



GAMBAR 2. KURVA ESTIMASI DATA AKTUAL DAN DATA PREDIKSI

Berdasarkan Gambar 2. dapat diketahui bahwa data prediksi yang diperoleh mengikuti data asli, meskipun terdapat beberapa data yang nilai prediksinya jauh dari nilai data aslinya. Namun, sebagian besar nilai data prediksi mengikuti data asli. Hal ini menunjukkan bahwa model regresi nonparametrik *B-spline* yang didapat memiliki fleksibilitas dalam mengatasi pola data yang naik atau turun secara tajam dengan bantuan titik knot.

IV. SIMPULAN DAN SARAN

Pada kasus jumlah penduduk miskin di Provinsi Papua menggunakan regresi nonparametrik *B-spline* diperoleh model terbaik pada *B-spline* linear (orde 2) dengan satu titik knot, nilai GCV optimal sebesar 364,9104 serta nilai R_{adj}^2 yang diperoleh sebesar 0,921196. Hal ini menunjukkan bahwa kasus jumlah penduduk miskin di Provinsi Papua dengan menggunakan regresi nonparametrik *B-spline* linear (orde 2) mampu menerangkan 92,12% pengaruh variabel tingkat pengangguran terbuka menurut kabupaten/kota tahun 2021, kepadatan penduduk tahun 2021, dan PDRB ADHK per kapita menurut kabupaten/kota tahun 2021 terhadap jumlah penduduk miskin menurut kabupaten/kota tahun 2021 di Provinsi Papua, sedangkan 7,88% jumlah penduduk miskin di Provinsi Papua dipengaruhi oleh faktor lain yang tidak diteliti pada penelitian ini.

Berdasarkan model yang didapat pada kasus jumlah penduduk miskin di Provinsi Papua dapat disimpulkan bahwa kepadatan penduduk memiliki signifikansi positif. Sehingga dapat ditarik kesimpulan bahwa jika ingin menurunkan jumlah penduduk miskin di Provinsi Papua, masalah kepadatan penduduk harus diatasi terlebih dahulu.

Saran untuk penelitian selanjutnya yaitu perlu adanya pengembangan dalam penggunaan regresi nonparametrik *B-spline* dengan menggunakan nilai knot yang lebih tinggi (lebih dari 1 titik knot) agar memperoleh model dengan nilai akurasi yang lebih teliti.

UCAPAN TERIMA KASIH

Pada kesempatan ini, penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada Dra. RR. Sri Sulistijowati H, M.Si. selaku pembimbing 1 dan Dr. Hasih Pratiwi, M.Si. selaku pembimbing 2 yang telah membimbing, serta memberikan arahan kepada penulis dalam menyelesaikan makalah ini. Terima kasih juga kepada bapak, ibu, mas, mbak dan teman-teman yang selalu memberi dukungan dan doanya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Badan Pusat Statistik Provinsi Papua, 2022, <https://papua.bps.go.id/subject/23/kemiskinan-dan-ketimpangan>.
- [2] Prastyo, A., 2010, "Analisis Faktor-Faktor yang Memengaruhi Tingkat Kemiskinan," Semarang: Universitas Diponegoro.
- [3] Wahyuni dan R. Arie, D., 2014, "Faktor-Faktor yang Menyebabkan Kemiskinan di Provinsi Papua: Analisis *Spatial Heterogenity*," Jurnal Ekonomi dan Pembangunan Indonesia, Vol. 14, No. 2.
- [4] Anandanisa. N. P., 2018, "Analisis Kemiskinan di Provinsi Papua," Universitas Islam Indonesia.
- [5] Rahmawati, A., Ispriyanti, D. dan Warsito, B., 2017, "Pemodelan Kasus Kemiskinan di Jawa Tengah Menggunakan Regresi Nonparametrik Metode B-Spline," Jurnal Gaussian, Vol. 6, No. 1, 11-20, ISSN: 2339-2541, Semarang: Universitas Diponegoro.
- [6] Valentina. M. F., 2022, "Pemodelan Kemiskinan di Jaawa Timur Menggunakan Regresi Nonparametrik B-Spline," Surabaya: Universitas Islam Negeri Sunan Ampel.
- [7] Eubank, R. L., 1999, "*Nonparametric Regression and Spline Smoothing Second Edition*," New York.
- [8] Budiantara I. N., Ratna M., Zain I., Wibowo W., 2012. "Modeling the Percentage of Poor People in Indonesia Using Spline Nonparametric Regression Approach" *international Journal of Basic & Appkied Sciences IJBAS-IJENS*. Vol:2, No:06.
- [9] Lyche, T. dan Morken, K., 2004, "*Spline Methods*," Diakses 06 September 2022, dari <http://www.ub.uio.n/umn/english/indexvariabel.html>.
- [10] Budiantara. I. N., 2006, "Regresi Nonparametrik dalam Statistika," Makalah Pembicara Utama pada Seminar Nasional Matematika, Jurusan Matematika, FMIPA, Universittas Negeri Makassar (UNM), Makassar.
- [11] W. I. Dewa dan B. I. Nyoman, "Analisis Faktor-Faktor yang Memengaruhi Persentase Penduduk Miskin dan Pengeluaran Perkapita Makanan di Jawa Timur menggunakan Regresi Nonparametrik Birespon *Spline*," *Jrnal Sains dan Seni POMITS*, Vol. 3, No. 1, 2014, 2337-3520 (2301-928X Print).