Penerapan Aljabar Linear pada Transformasi *Wavelet* Diskrit dalam Program Aplikasi Keamanan Citra Digital

Miftah Sigit Rahmawati[1], Rendra Soekarta[2]
[1,2]Program Studi Teknik Informatika, Universitas Muhammadiyah Sorong
Email: miftah.sigit@yahoo.com

Abstrak--Perkembangan teknologi informasi pada saat ini mengubah cara masyarakat dalam berkomunikasi atau bertukar data dan informasi satu sama lain. Pertukaran data dan informasi saat ini tidak hanya berupa teks, melainkan juga dapat berupa gambar, audio, dan video dan dapat disimpan secara digital. Data dan informasi yang dimiliki termasuk salah satu barang berharga yang perlu dijaga dan diamankan. Pada umumnya untuk melakukan pengkodean suatu citra, harus mengubah citra tersebut dari suatu domain ke domain yang lain, proses ini disebut transformasi. Metode yang banyak digunakan dalam transformasi ini antara lain Transformasi *Cosinus Diskrit*, Transformasi *Fourier*, dan transformasi *Wavelet*. Dari Ketiga jenis transformasi tersebut, transformasi *Wavelet* memberikan hasil yang paling baik, hal ini dikarenakan *Wavelet* memberikan informasi tentang kombinasi skala dan frekuensi serta membutuhkan memori yang kecil. Hasil dari penelitian ini adalah ditemukan basis Haar dengan sifat orthogonal dan orthogonal, serta ruang *Hilbert* dengan hasil kali dalam pada transformasi *wavelet* diskrit dalam program aplikasi keamanan citra digital.

Kata kunci : citra digital,wavelet, transformasi wavelet diskrit

I. PENDAHULUAN

Perkembangan teknologi informasi pada saat ini mengubah cara masyarakat dalam berkomunikasi atau bertukar data dan informasi satu sama lain. Pertukaran data dan informasi saat ini tidak hanya berupa teks, melainkan juga dapat berupa gambar, audio, dan video dan dapat disimpan secara digital. Data dan informasi yang dimiliki termasuk salah satu barang berharga yang perlu dijaga dan diamankan. Upaya untuk mengamankan informasi atau data tersebut dilakukan karena maraknya kasus pencurian dan penyalahgunaan informasi atau data oleh pihak-pihak yang tidak bertanggung jawab untuk kepentingan tertentu seperti penculikan, pencemaran nama baik dan lain-lain. Citra atau gambar merupakan salah satu bentuk data dan informasi digital yang sering disalahgunakan. Bentuk penyalahgunaan citra digital yang sering terjadi adalah rekayasa foto dan penyebaran foto pribadi secara ilegal. Tentunya hal ini dapat merugikan pemilik foto tersebut. Oleh karena itu perlu adanya pengamanan terhadap data dan informasi pribadi yang dimiliki yaitu tentang Program Aplikasi Keamanan Citra dengan Algoritma *DES* dan Transformasi *Wavelet* Diskrit [6].

Pada umumnya untuk melakukan pengkodean suatu citra, harus mengubah citra tersebut dari suatu domain ke domain yang lain, proses ini disebut transformasi. Metode yang banyak digunakan dalam transformasi ini antara lain Transformasi *Cosinus Diskrit*, Transformasi *Fourier*, dan transformasi *Wavelet*. Dari Ketiga jenis transformasi tersebut, transformasi *Wavelet* memberikan hasil yang paling baik, hal ini dikarenakan *Wavelet* memberikan informasi tentang kombinasi skala dan frekuensi serta membutuhkan memori yang kecil [4]. Transformasi merupakan proses pengubahan data atau sinyal ke dalam bentuk lain agar lebih mudah dianalisis,seperti transformasi *fourier* yang mengubah sinyal ke dalam beberapa gelombang *sinus* atau *cosinus* dengan frekuensi yang berbeda, sedangkan transformasi *wavelet* (*wavelet transform*) mengubah sinyal ke dalam berbagai bentuk *wavelet* basis (*mother wavelet*) dengan berbagai pergeseran dan penyekalaan. Seperti yang ditulis [5] transformasi merupakan sarana atau proses bantu agar ciri khusus suatu data atau sinyal dapat tampil lebih nyata atau jelas, dan sekaligus mereduksi ukuran data tersebut. Penggunaan transformasi *wavelet* pada keamanan citra digital yang

digunakan oleh [6] adalah filter *Haar* (*Daubeches orde 1*), wavelet dengan filter *Haar* dipilih karena memiliki *low passfilter* dan *high pass filter* yang tidak memakan biaya komputasi yang besar dan dalam prosesnya menggunakan transformasi *wavelet* diskrit pada matlab. Begitu pula dengan penulisan ini, wavelet yang dibahas merupakan wavelet diskrit dengan filter *Haar*.

Pada transformasi *Wavelet Diskrit* menggunakan beberapa konsep aljabar seperti yang telah diteliti sebelumnya [4], penelitian ini mempunyai tujuan untuk menyelidiki adanya konsep dasar aljabar linear pada Transformasi *Wavelet* Diskrit dalam keamanan citra digital lebih rinci. Dalam penelitian ini akan dibahas konsep dasar aljabar linear mengenai Transformasi *Wavelet Diskrit* dalam keamanan citra digital.

II. METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan berdasarkan studi literatur berupa buku-buku dan jurnal-jurnal ilmiah khususnya yang berhubungan dengan *wavelet* dan Transformasi *Wavelet* Diskrit. Langkah-langkah penelitian yang digunakan dalam tulisan ini adalah mempelajari Transformasi *Wavelet* Diskrit yaitu dengan mendefinisikan Transformasi *Wavelet* dan Transformasi *Wavelet* Diskrit. Selanjutnya, mencari konsep dasar transformasi *Wavelet* Diskrit pada keamanan citra digital kemudian menganalisa aljabar linear yang diterapkan pada Transformai Wavelet.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Teori *wavelet* adalah suatu konsep yang relatif baru dikembangkan di berbagai disiplin ilmu seperti matematika, fisika dan teknik. Kata *wavelet* sendiri diberikan oleh Jean Morlet dan Alex Grossmann di awal tahun 1980-an, dan berasal dari bahasa Perancis "*ondelette*" yang artinya gelombang kecil. *Wavelet* merupakan alat analisis yang biasa digunakan untuk menyajikan data atau fungsi atau operator kedalam komponen-komponen frekuensi yang berlainan, dan kemudian mengkaji setiap komponen dengan suatu resolusi yang sesuai dengan skalanya [6]. Dasar dari wavelet adalah menganalisa sesuai skala. Pada umumnya peneliti dalam bidang wavelet menggunakannya untuk memproses suatu data. Skala yang digunakan dalam analisa wavelet untuk memproses data membutuhkan aturan tertentu. Data yang dipandang dalam "jendela" yang luas memberi artian yang luas, begitu pula ketika memandang data dalam artian yg sempit akan dipandang sebagai artian yang sempit. Dengan kata lain, menyamakan artian suatu "hutan" dengan "banyak pohon". Sehingga *wavelet* bisa dikatakan gelombang mini *(small wave)* yang mempunyai kemampuan mengelompokkan energi citra dan terkonsentrasi pada sekelompok kecil koefisien, sedangkan kelompok koefisien lainnya hanya mengandung sedikit energi yang dapat dihilangkan tanpa mengurangi nilai informasinya. Dalam aturan analisa *wavelet*, *wavelet* merupakan keluarga fungsi yang dihasilkan oleh *wavelet* basis $\psi(x)$ disebut *mother wavelet*. Dua operasi utama yang mendasari *wavelet* adalah:

1) penggeseran, misalnya $\psi(x\text{-}1)$, $\psi(x\text{-}2)$, $\psi(x\text{-}b)$, dan
2) penyekalaan, misalnya $\psi(2x)$, $\psi(4x)$ dan $\psi(2jx)$.

atau dengan kata lain, gelombang singkat (*wavelet*) adalah suatu fungsi matematika yang membagi data menjadi beberapa komponen yang frekuensinya berbeda kemudian mempelajari setiap komponen dengan resolusi yang cocok untuk setiap ukuran (*scale*). Ide ini bukanlah sesuatu yang baru, karena sebelumnya fungsi-fungsi yang lain telah dapat dinyatakan sebagai superposisi fungsi *sinus* dan *cosinus* yang sangat terkenal dengan sebutan transformasi *Fourier*. Dalam analisis gelombang singkat (*wavelet*) skala yang digunakan untuk melihat data memainkan peranan khusus yakni gelombang singkat mengolah data pada perbedaan skala dan resolusi. Seperti yang telah disebutkan sebelumnya, *Wavelet* merupakan sebuah basis, basis *wavelet* berasal dari sebuah fungsi skala atau disebut *scalling function*. Fungsi skala mempunyai sifat yaitu dapat disusun menjadi sejumlah salinan dirinya yang telah didilatasikan, ditranslasikan, dan diskalakan. Fungsi ini diturunkan dari persamaan dilatasi yang dianggap sebagai dasar dari *wavelet*.

Wavelets Transform adalah fungsi *transform* yang digunakan untuk menguraikan data atau fungsi atau operator menjadi komponen frekuensi yang berbeda-beda dengan resolusi yang disesuaikan dengan skalanya [2]. Seperti yang disinggung sebelumnya bahwa transformasi *wavelet* berawal dari transformasi *fourier*. Persamaan dari transformasi *fourier* dan transformasi *wavel*et adalah keduanya merupakan operasi matematika secara linear yang memuat $log_2 n$ ditransformasikan menjadi suatu vektor dalam rentang 2^n . Begitu pula dengan bentuk transformasi matrik, yaitu mempunyai bentuk yang sama

dan invers keduanya merupakan matrik transpose. Salah satu perbedaan dari transformasi *fourier* dan transformasi *wavelet* adalah domain dari tansformasi *fourier* berasal dari basis fungsi *sinus* dan *cosinus* sedangkan transformasi *wavelet* mempunyai domain basis fungsi yang disebut *wavelet, mother wavelet*, dan analisa *wavelet*. Transformasi *wavelet* merupakan sebuah fungsi variable riil *t* yang digunakan untuk melokalisasi suatu fungsi dalam ruang dan skala $L^2(R)$, diberi notasi $\psi(t)$ sebagai *mother wavelet*, dengan parameter *a* dapat dituliskan

$$\psi_a(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}}\psi\left(\frac{t}{a}\right), \quad (a \neq 0) \tag{1}$$

Selanjutnya, *doughter wavelet* $\psi_{a,b}(t)$ dengan dua parameter yang dihasilkan oleh parameter dilatasi *a* dan translasi/kontraksi *b*, yang dinyatakan dalam persamaan :

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad (a, b\ real;\ a \neq 0) \tag{2}$$

Fungsi $\psi_{a,b}(t)$ disebut fungsi basis dalam keterhubungannya terhadap tranformasi *wavelet* [8].

Penulisan ini membahas tentang transformasi *wavelet* Haar, karena tipe ini dipergunakan dalam proses transformasi pada penelitian keamanan citra digital. *Wavelet* Haar merupakan salah satu tipe *wavelet* yang paling sederhana yang dapat diterapkan pada transformasi signal (1-dimensi) dan transformasi pada citra (signal 2-dimensi).

A. Basis Haar

Dalam keamanan citra digital [5] dan [7] digunakan Transformasi *Wavelet Haar* 1-Dimensi, fungsi basis ruang Vj disebut dengan fungsi skala dan disimbolkan sebagai ϕ . Salah satu fungsi basis sederhana dinyatakan sebagai berikut

$$\phi_i^j(x) = \phi(2^j x - 1),\ \ i = 0, \dots, 2^j - 1 \tag{3}$$

dengan $\phi(x) = \begin{cases} 1, \text{untuk } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, \text{untuk x yang lainnya} \end{cases}$

Kemudian *Wavelet* juga dapat didefinisikan dengan fungsi Haar [6]:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \\ -1, & \frac{1}{2} \leq t \leq 1 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

dan

$$\psi_{j,k}(t) = a^{\frac{j}{2}}\psi(2^j t - k);\ \ j, k \in \text{integer} \tag{4}$$

dengan 2^j adalah parameter dilatasi (parameter frekuensi atau skala), k adalah parameter waktu atau lokasi ruang dengan $0 \leq k \leq 2^{j-1}$. Fungsi tersebut diatas harus memenuhi kondisi $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)dt = 0$, yang menjamin terpenuhinya sifat ortogonalisasi vektor.
Definisi [3]. Basis Haar adalah himpunan fungsi

$$H = \{h_0 \cup \{h_{jk} : j \geq 0, 0 \leq k \leq 2^j\}\} \tag{5}$$

dengan $h_0(x) = \begin{cases} 1, \text{ jika } 0 < x < 1 \\ 0, \text{ jika x yang lain} \end{cases}$

dan

$$h_{jk}(x) = \begin{cases} 2^{j/2}, \text{jika } 2^{-j}k < x < 2^{-j}\left(k + \frac{1}{2}\right) \\ -2^{j/2}, \text{jika } 2^{-j}(k + \frac{1}{2}) < x < 2^{-j}(k+1) \\ 0, \text{jika } x \text{ yang lain} \end{cases}$$

Akan ditunjukkan bahwa $\phi_i^j(x)$ ortonormal di $L^2(1,0)$. Sebelumnya, ruang $L^2(a,b)$ didefinisikan sebagai ruang semua fungsi *f* yang kuadratnya terintegralkan pada *[a,b]* yaitu

$$L^2(a,b) = \{f: \int_a^b |f(x)|^2 dx < \infty\} \quad (6)$$

Di ruang $L^2(a,b)$ hasil kali dalam didefinisikan sebagai

$$< f, g >= \int_a^b f(x)\overline{g(x)}dx \quad (7)$$

secara *well defined* dengan mengingat $\left|f(x)\overline{g(x)}\right| \leq \frac{1}{2}(|f(x)|^2 + |g(x)|^2$ dan norma $\|f\|= \left[\int_a^b |f(x)|^2 dx\right]^{\frac{1}{2}}$. Diberikan teorema sebagai berikut :

Teorema [3]: Misal $\{\emptyset_n : n \in N\}$ adalah suatu himpunan ortonormal di $L^2(a,b)$, ketiga pernyataan berikut ekuivalen:

i. Jika $\langle f, \emptyset_n \rangle = 0$ untuk setiap $n \in N$, maka *f=0*
ii. Untuk setiap $f \in L^2(a,b)$ berlaku $f = \sum_{n=1}^{\infty} \langle f, \emptyset_n \rangle \emptyset_n$ (dalam norma)
iii. Untuk setiap $f \in L^2(a,b)$ berlaku $\|f\|^2 = \sum_{n=1}^{\infty} |\langle f, \emptyset_n \rangle|^2$

Dengan menggunakan teorema tersebut dapat dibuktikan bahwa $\phi_i^j(x)$ ortonormal di $L^2(1,0)$ sebagai contoh $f(x)$ merupakan anggota $L^2(1,0)$ dengan

$$f(x) = \begin{cases} x^{-\frac{1}{4}}, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

Sehingga didapatkan bahwa (3) dan (4) merupakan anggota (5) yang mengakibatkan bahwa wavelet merupakan basis Haar. Sesuai teorema tersebut maka basis Haar merupakan basis ortonormal untuk $L^2(1,0)$, fungsi h_0 disebut fungsi skala *Haar* dan fungsi h_{00} disebut *wavelet Haar*. Perhatikan dua operasi dasar yang dilakukan terhadap $h_{00}(x)$ untuk memperoleh $h_{10}(x)=\sqrt{2}h_{00}(2x)$ dan $h_{11}(x)=\sqrt{2}h_{00}(2x-1)$ yaitu dilatasi dan translasi.

B. Ruang Hasil Kali Dalam

Wavelet merupakan pengembangan dari *Fourier*, yang dibentuk dari suatu keluarga fungsi ortogonal di suatu ruang fungsi yang dilengkapi dengan hasil kali dalam tertentu. Salah satu ruang yang dilengkapi dengan hasil kali dalam adalah ruang *Hillbert*. Ruang *Hilbert* mempunyai basis ortonormal yaitu basis Haar seperti yang telah dijelaskan sebelumnya. Dalam hal ini, ruang Hilbert bekerja di dalam R yaitu $L^2(R)$ yang terdefinisi di R

Definisi [3]. Ruang Hilbert merupakan abstraksi alami dari R^3, yang memiliki struktur linear vektor, hasil kali dalam, dan sifat kelengkapan.

Misalkan H ruang vector atas C. pemetaan $\langle .,. \rangle : HxH \to C$ yang memenuhi

i. $\langle \alpha x + \beta y, z \rangle = \alpha \langle x, z \rangle + \beta \langle y, z \rangle, \forall \alpha, \beta \in C, \forall x, y, z \in H$
ii. $\overline{\langle x, y \rangle} = \langle y, x \rangle, , \forall x, y \in H$
iii. $\langle x, x \rangle \geq 0, \forall x \in H$
iv. $\langle x, x \rangle = 0, \forall x \in H$ jika dan hanya jika $x = 0$

disebut hasil kali dalam pada H dan ruang vector H atas C yang dilengkapi dengan hasil kali dalam $\langle .,. \rangle$ disebut ruang hasil kali dalam [1].

Karena $L^2(1,0) \in L^2(R)$ maka $L^2(1,0)$ merupakan ruang Hilbert yang juga mempunyai basis ortonormal yang telah dijelaskan sebelumnya. $L^2(1,0)$ mempunyai hasil kali dalam $< f, g >= \int_0^1 f(x)\overline{g(x)}dx$ seperti pada persamaan (7)

C. AMR (Analisis Multi Resolusi)

Untuk dapat mengkontruksi *wavelet* atau membentuk *wavelet*, sebelumnya diberikan analisis multi-resolusi sebagai berikut

Definisi [3]. Keluarga subruang tertutup $\{V_j : j \in Z\}$ dari $L^2(R)$ yang memenuhi

i. $V_j \subset V_{j+1}$ untuk setiap $j \in Z$

ii. $f \in V_j \Leftrightarrow f(2) \in V_{j+1}$ untuk setiap $j \in Z$

iii. $\bigcap_{j\in Z} V_j = \{0\}$

iv. $\overline{\bigcup_{j\in Z} V_j} = L^2(R)$

v. Terdapat $\phi \in V_0$ sedemikian sehingga $\{\emptyset(\cdot - k): k \in Z\}$ merupakan basis ortonormal untuk V_0

maka disebut analisis multi-resolusi (AMR) pada $L^2(R)$. Fungsi ϕ pada (v) disebut fungsi skala dalam AMR tersebut.

Seperti misalkan $V_j = \{f \in L^2(R): f$ konstant pada $[2^{-j}k, 2^{-j}(k+1)], k \in Z\}$, $j \in Z$ maka $\{V_j: j \in Z\}$ memenuhi sifat (i) sampai dengan (v). Kemudian, misalkan $\emptyset = \chi_{[0,1]}$, maka $\{\emptyset(\cdot - k): k \in Z\}$ membentuk basis ortonormal untuk V_0. Oleh karena itu, $\{V_j: j \in Z\}$ merupakan suatu AMR pada $L^2(R)$. Sehingga untuk mengkontruksi *wavelet*, terlebih dahulu membentuk basis ortonormal untuk V_j dengan menggunakan teorema berikut

Teorema [3]. Misalkan $\{V_j: j \in Z\}$ suatu AMR pada $L^2(R)$, maka

i. untuk setiap $j \in Z, f \in V_0 \Leftrightarrow f(2^j \cdot) \in V_j$

ii. untuk setiap $j \in Z, f \in V_0 \Longrightarrow f(\cdot - k) \in V_0$

iii. untuk setiap $j, k \in Z, f \in V_j \Longrightarrow f(\cdot - 2^j k) \in V_j$

iv. untuk setiap $j, k \in Z, f \in V_j \Longrightarrow f(2^j \cdot - k) \in V_j$

Akibat. Misalkan Misalkan $\{V_j: j \in Z\}$ suatu AMR pada $L^2(R)$ dan $\phi \in V_0$ fungsi skala dalam AMR tersebut. Definisikan

$$\phi_{j,k}(x) = 2^{\frac{j}{2}}\phi(2^j x - k), \;\; j, k \in Z \tag{8}$$

Maka, untuk setiap $j \in Z, \phi_{j,k}: k \in Z$ merupakan basis ortonormal untuk V_j.

Bukti : misalkan $j \in Z, \{\phi_{j,k}: k \in Z\}$ merupakan himpunan ortonormal untuk V_j, karena

$$\langle \phi_{j,k}, \phi_{j,m} \rangle = 2^j \int_R \phi(2^j x - k)\phi(2^j x - m)dx = \int_R \phi(x-k)\phi(x-m)dx = \delta_{k,m} \tag{9}$$

selanjutnya, misalkan $f \in V_j$, maka $f(2^j \cdot) \in V_0$ (i) dan karenanya

$$f(2^j x) = \sum_{k\in Z} \langle f(2^j \cdot), \phi(\cdot - k)\phi(x-k) \rangle \tag{10}$$

subtitusi $x' = 2^{-j}x$ memberikan

$$f(x') = \sum_{k\in Z} \langle f, \phi_{j,k} \rangle \phi_{j,k}(x') \tag{11}$$

Hal ini membuktikan bahwa $\{\phi_{j,k}: k \in Z\}$ lengkap. Dengan demikian $\{\phi_{j,k}: k \in Z\}$ merupakan basis ortonormal untuk V_j.

Kemudian untuk mengkontruksi wavelet, dimisalkan $\{V_j: j \in Z\}$ suatu AMR pada $L^2(R)$ dan W_0 komplemen orthogonal dari V_0 relatif terhadap V_1, maka

$$V_1 = V_0 \oplus W_0 \tag{12}$$

Selanjutnya, untuk setiap $j \in Z$ didefinisikan

$$W_j = \{f(2^j): f \in W_0\} \tag{13}$$

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j, j \in Z \tag{14}$$

Karena $V_j \to \{0\}$ untuk $j \longrightarrow -\infty$, diperoleh

$$V_{j+1} = \bigoplus_{n=-\infty}^{j} W_n, j \in Z \tag{15}$$

dan karena $V_j \to L^2(R)$ untuk $j \longrightarrow \infty$, diperoleh

$$L^2(R) = \bigoplus_{n=-\infty}^{\infty} W_n \tag{16}$$

Contoh: *wavelet* ψ yang dicari adalah

$$\psi(x) = \begin{cases} 1, \text{ jika } \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ -1, \text{ jika } \frac{1}{2} \leq x \leq \quad 1 \\ 0 \text{ , jika } x < 0 \text{ atau } x \geq 1 \end{cases}$$

Dengan memeriksa bahwa $\emptyset \perp \psi$ dan $\{\psi(\cdot - k): k \in Z\}$ merupakan basis ortonormal untuk W_0, basis yang dibangun oleh ψ tidak lain adalah basis Haar yang sebelumnya telah dibahas.

IV. Simpulan dan Saran

Kesimpulan yang dapat diambil setelah pembahasan tentang penerapan aljabar linear pada transformasi *wavelet* diskrit dalam program aplikasi keamanan citra digital ditemukan basis Haar dengan sifat orthogonal, ortogonal dan ruang *Hilbert* dengan hasil kali dalam pada transformasi *wavelet* diskrit dalam program aplikasi keamanan citra digital.

Daftar Pustaka

[1] Anton, Howard, "Aljabar Linear Elementer versi aplikasi/Howard Anton, Chris Rorres; alih bahasa, Rafina indriasari, Irzam Harmein", Erlangga, Jakarta, Ed.8, 2004.
[2] Darius, Ucuk. "Wafelet transform". Jurnal Artificial, ICT Research Center UNAS, Vol.3, No.1. Januari 2009.
[3] Gunawan,H.," Analisis Fourier dan Wavelet (edisi revisi)", ITB : Bandung, 2014.
[4] Miftah S.R., Soekarta, R, "Teori grup pada algoritma DES dan transformasi wavelet diskrit dalam program aplikasi keamanan citra digital", Jurnal Insect, Teknik Informatika Universitas Muhammadiyah Sorong, Vol.4, No.1, Oktober 2018.
[5] Sutarno, Analisis Perbandingan Transformasi Wavelet pada Pengenalan Citra Wajah. Jurnal Generik, Vol. 5, No.2, hal 15-21, Juli 2010.
[6] Krisnawati., Transformasi Fourier dan Transformasi Wavelet pada Citra. Dasi. Vol 7. No 4, 2006.
[7] Zaki, S., Program Aplikasi Keamanan citra dengan Algoritma DES dan Transformasi Wavelet Diskrit, Tesis, Program Pasca Sarjana Universitas Diponegoro, 2011
[8] Olkonen. Juuso.,DISKRET WAVELET TRANSFORM-THEORY AND APPLICATIONS, InTech: Croatia, 2011
.