

Aplikasi Teori Graf Dalam Menyusun Jadwal Perkuliahan Tadris Matematika Universitas Al Falah Assunniah Menggunakan Algoritma *Welch-Powell*

Hafif Komarullah¹, Finka Afdhilatul Jannah Im², Sarifatul Masrurroh³

Universitas Al Falah As Sunniah, Indonesia

E-mail: hafififa4@gmail.com

Abstrak— Dalam paper ini, dibahas tentang penerapan algoritma *Welch-Powell* dalam proses penyusunan jadwal mata kuliah di Program Studi Tadris Matematika, Universitas Al Falah Assunniah. Teori graf memiliki banyak terapan dalam kehidupan sehari-hari seperti penentuan frekuensi radio, kriptografi, penentuan rute terpendek, penentuan jadwal, dan lain-lain. Salah satu topik graf yaitu pewarnaan graf yang merupakan pelabelan graf dengan memberikan warna pada elemen graf. Pewarnaan graf dibedakan menjadi pewarnaan titik, pewarnaan sisi, dan pewarnaan daerah. Pewarnaan titik adalah memberi warna pada titik graf sedemikian sehingga titik yang bertatangga memiliki warna yang berbeda. Dalam konsep pewarnaan titik berfokus mencari minimal warna yang dapat digunakan yang disebut bilangan kromatik. Algoritma *Welch-Powell* merupakan salah satu algoritma pewarnaan titik yang berdasarkan pada derajat tertinggi titik. Pewarnaan titik graf dapat diaplikasikan dalam proses penyusunan jadwal kuliah yang merupakan suatu hal yang sangat kompleks dan sering terjadi bentrok dalam proses penyusunannya. Metode penelitian yang digunakan adalah metode deduktif aksiomatik dengan mengkaji teorema, lemma, atau definisi sebelumnya yang kemudian diterapkan pada representasi graf dari penjadwalan mata kuliah di Program Studi Tadris Matematika, Universitas Al Falah Assunniah. Berdasarkan penelitian yang dilakukan, diperoleh bahwa terdapat 12 kelompok mata kuliah yang dapat dilaksanakan dalam waktu bersamaan di Program Studi Tadris Matematika, Universitas Al Falah Assunniah.

Kata kunci: Teori graf, pewarnaan graf, algoritma *Welch-Powell*, penjadwalan mata kuliah

PENDAHULUAN

Teori graf adalah salah satu cabang matematika yang memiliki banyak terapan dalam kehidupan sehari-hari. Dalam aplikasinya, graf merepresentasikan objek kajian dengan titik dan hubungan antar objek kajian dengan sisi (Komarullah, 2023). Secara formal graf biasanya dinotasikan $G(V(G), E(G))$ yaitu pasangan himpunan tak kosong $V(G)$ yang biasanya disebut dengan titik dan himpunan $E(G)$ yang boleh kosong dari pasangan tak terurut titik-titik dalam $V(G)$ yang biasanya disebut dengan sisi (Chartrand & Zhang, 2019). Sejak pertama kali dikenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736, topik teori graf terus berkembang hingga saat ini. Salah satu topik graf yang eksis hingga saat ini adalah pewarnaan graf.

Topik pewarnaan graf merupakan salah satu topik yang terus eksis hingga saat ini. Pewarnaan graf merupakan suatu bentuk pelabelan graf dengan memberikan warna pada elemen graf (Yusuf dkk., 2022). Pewarnaan graf diklasifikasikan menjadi tiga macam, yaitu pewarnaan titik, pewarnaan sisi, dan pewarnaan wilayah (Liowardani dkk., 2018). Pewarnaan titik graf adalah suatu pelabelan graf dengan memberi warna titik-titik pada graf sedemikian sehingga titik yang bertetangga memiliki warna yang berbeda (Puspasari dkk., 2014). Dalam topik pewarnaan titik graf difokuskan untuk mencari nilai minimal warna yang dapat digunakan biasanya disebut dengan bilangan kromatik yang dinotasikan dengan χ (Christofides, 1971). Terdapat beberapa algoritma yang telah dikembangkan dalam melakukan pewarnaan graf diantaranya yaitu algoritma *Welch-Powell*, algoritma *Backtracking*, algoritma *Greedy*, algoritma *Sequential Coloring*, dan lain-lain.

Algoritma *Welch-Powell* adalah salah satu algoritma pewarnaan graf yang melakukan pewarnaan berdasarkan derajat tertinggi yang dimiliki titik-titik pada graf tertentu (Augusty dkk., 2023). Algoritma *Welch-Powell* dapat mewarnai sebuah graf G secara efisien, namun algoritma ini tidak selalu memberikan nilai kromatik yang tepat pada suatu graf G (Maulani & Wulandari, 2023). Untuk mendapatkan batas atas dari bilangan kromatik pada sebuah graf G digunakan teorema berikut.

Teorema 1. (Brooks, 1941)

Jika G adalah sebuah graf berderajat n , maka $\chi(G) \leq n + 1$.

Pewarnaan graf dapat digunakan sebagai solusi untuk mengatasi permasalahan penjadwalan. Penjadwalan adalah proses mengalokasikan sumber daya yang ada dengan tujuan menyelesaikan tugas-tugas dalam jangka waktu tertentu (Sunami dkk., 2018). Penjadwalan juga dapat berarti mengatur aktivitas sehingga lebih teratur atau terorganisir sehingga tujuan yang diharapkan dapat dicapai dengan baik. Penjadwalan mata kuliah merupakan salah satu contoh penjadwalan. Salah satu masalah yang sering menghambat pembuatan jadwal adalah waktu yang berfluktuasi antar kegiatan. Oleh karena itu, diperlukan cara untuk membuat jadwal yang baik tanpa mengganggu kegiatan yang satu dengan yang lainnya.

Peneliti lain telah mengaplikasikan konsep pewarnaan graf dalam konteks penjadwalan. Mahmudah & Irawati (2018) mengaplikasikan pewarnaan graf dalam menyusun penjadwalan ujian. Apriyanto (2018) mengaplikasikan algoritma *Welch-Powell* dalam melakukan penjadwalan praktikum. Rahadi (2019) menggunakan algoritma pewarnaan graf *Largest First* untuk melakukan penjadwalan mata kuliah. Hasanah dkk. (2022) menerapkan konsep pewarnaan graf dalam menyusun jadwal kegiatan belajar mengajar di SMKN. Sari dkk. (2023) mengaplikasikan pewarnaan graf menggunakan algoritma tabu *search* pada penjadwalan kerja perawat. Berdasarkan penelitian sebelumnya, maka dalam paper ini akan dibahas tentang penggunaan pewarnaan titik graf dengan algoritma *Welch-Powell* dalam membuat jadwal mata kuliah di Program Studi Tadris Matematika, Universitas Al Falah Assunniah.

METODE

Penelitian ini menggunakan metode deduktif aksiomatik dengan mengkaji teorema, lemma, atau definisi yang sudah ada dan kemudian menerapkannya dalam pewarnaan titik pada representasi graf dari penjadwalan mata kuliah semester ganjil di Program Studi Tadris Matematika, Universitas Al Falah Assunniah. Secara lengkap langkah-langkah dalam penelitian ini sebagai berikut.

1) Studi Literatur

Langkah pertama dalam penelitian ini adalah studi literatur dengan mengkaji dan mengumpulkan teori terkait pewarnaan graf dan aplikasinya dalam penjadwalan. Studi pustaka dilakukan dengan melakukan penelusuran dari buku, jurnal, atau sumber lainnya yang terpercaya.

2) Pengumpulan data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah daftar pengampu matakuliah semester ganjil di Program Studi Tadris Matematika, Universitas Al Falah Assunniah, Kencong, Jember.

3) Merepresentasikan data ke dalam bentuk graf

Data yang telah didapatkan kemudian direpresentasikan dalam bentuk graf dengan cara merepresentasikan mata kuliah dengan titik. Setiap dua titik akan dihubungkan oleh sebuah sisi jika titik tersebut (representasi mata kuliah) tidak diampu oleh dosen yang sama dan bukan merupakan mata kuliah pada semester yang sama.

4) Mengimplementasikan hasil

Graf yang sudah diperoleh dari hasil representasi mata kuliah kemudian dilakukan pewarnaan titik menggunakan algoritma *Welch-Powell* untuk mendapatkan kelompok mata kuliah yang sesuai dengan syarat bahwa mata kuliah yang diampu dosen sama dan mata kuliah semester yang sama tidak ada dalam satu kelompok. Secara lengkap diagram alir algoritma *Welch-Powell* dapat dilihat pada Gambar 1 berikut.



Gambar 1. Flowchart algoritma *Welch-Powell*

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini akan dibahas tentang proses pengaplikasian algoritma *Welch-Powell* dalam melakukan penjadwalan mata kuliah di Program Studi Tadris Matematika, Universitas Al Falah Assunniah. Pada kasus ini, kelas yang dapat digunakan mahasiswa tadris matematika pada hari senin sampai dengan jumat adalah tiga kelas. Mata kuliah yang diampu oleh dosen dan semester yang sama tidak boleh berada dalam satu waktu. Langkah pertama setelah mendapatkan data adalah merepresentasikan

data dalam bentuk graf. Secara lengkap data terkait mata kuliah, dosen pengampu, dan semester pada Program Studi Tadris Matematika, Universitas Al Falah Assunniah dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Daftar mata kuliah dan representasinya.

No	Mata Kuliah	Semester	Pengajar	Representasi
1	Teori Belajar dan Pembelajaran Matematika	1	Dosen A	v_1
2	Kalkulus 1	3	Dosen B	v_2
3	Teori Bilangan	1	Dosen B	v_3
4	Geometri Dasar	3	Dosen C	v_4
5	Statistik Pendidikan	5	Dosen B	v_5
6	Teori Graf dan Aplikasinya	5	Dosen D	v_6
7	Perencanaan Pembelajaran Matematika	3	Dosen E	v_7
8	Aljabar Linear	3	Dosen A	v_8
9	Metode Penelitian Kualitatif	5	Dosen G	v_9
10	Strategi Pembelajaran Matematika	5	Dosen E	v_{10}
11	Media Pembelajaran Matematika Interaktif	3	Dosen C	v_{11}
12	Evaluasi Pembelajaran Matematika	5	Dosen F	v_{12}
13	Etika Profesi Keguruan	5	Dosen C	v_{13}
14	Matematika Diskrit	3	Dosen D	v_{14}
15	Analisis Vektor	5	Dosen D	v_{15}
16	Pengembangan Kurikulum Matematika	5	Dosen C	v_{16}
17	Persamaan Diferensial Parsial 2	5	Dosen D	v_{17}
18	Analisis Real 2	5	Dosen B	v_{18}
19	Logika Matematika	1	Dosen D	v_{19}
20	Pengantar Studi Islam	1	Dosen C	v_{20}
21	Filsafat Ilmu	1	Dosen A	v_{21}
22	Filsafat Pendidikan Islam	3	Dosen A	v_{22}
23	Bahasa Arab	1	Dosen H	v_{23}
24	Ulumul Qur'an	1	Dosen I	v_{24}
25	Bimbingan Konseling Islam	3	Dosen E	v_{25}
26	Psikologi Pendidikan	3	Dosen B	v_{26}
27	Bahasa Indonesia	1	Dosen D	v_{27}
28	Aswaja	1	Dosen J	v_{28}
29	Inovasi Manajemen Pendidikan	3	Dosen F	v_{29}
30	Ilmu Pendidikan	1	Dosen F	v_{30}
31	Pancasila & Kewarganegaraan	1	Dosen E	v_{31}
32	Bahasa Inggris	1	Dosen K	v_{32}

Untuk dapat menerapkan teknik pewarnaan simpul graf terhadap data yang akan dianalisa, maka setiap mata kuliah akan diwakili oleh sebuah titik, seperti yang terlihat pada Tabel 1, kemudian apabila terdapat matakuliah yang memiliki dosen pengampu dan ditempuh pada semester yang sama, maka matakuliah tersebut dikatakan saling terhubung. Dua titik dikatakan terhubung jika terdapat sebuah sisi yang menghubungkan kedua titik tersebut. Matriks ketetanggaan hasil representasi mata kuliah adalah sebagai berikut.

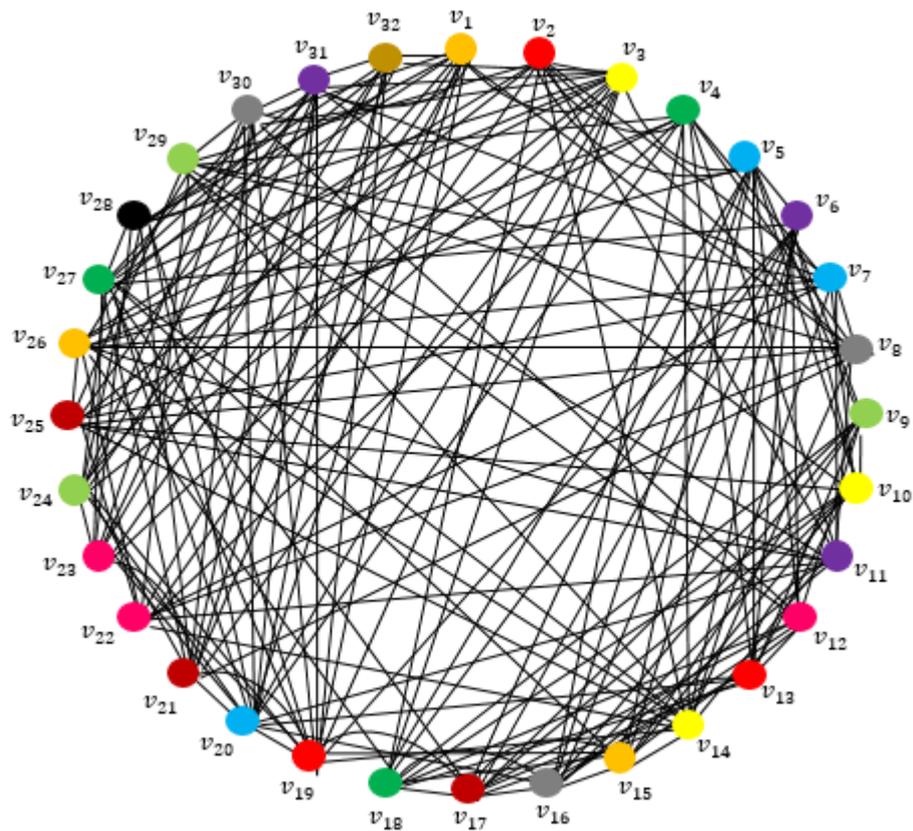
$$M_{ij} = \begin{pmatrix} 00100001000000000011111100110111 \\ 00111011001001000100010011001000 \\ 11001000000000000111101101110111 \\ 01000011001011010001010011001000 \\ 01100100110110111100000001000000 \\ 00001000110111111110000000100000 \\ 01010001011001000000010011001010 \\ 11010010001001000000110011001000 \\ 00001100010110111100000000000000 \\ 00001110100110111100000000000010 \\ 01010011000011010001010011001000 \\ 00001100110000111100000000001100 \\ 00011100111100111101000000000000 \\ 01010111001000101010010011101000 \\ 00001100110111011110000000100000 \\ 00011100111110101101000000000000 \\ 00001100110111110110000000100000 \\ 01101100110110111000000001000000 \\ 10100100000001101001101100110111 \\ 10110000001010010010101100110111 \\ 10100001000000000011001100110111 \\ 11010011001001000000100011001000 \\ 101000000000000000011100100110111 \\ 101000000000000000011101000110111 \\ 01010011011001000000010001001010 \\ 011111011001001000100010010001000 \\ 10100100000001101011101100010111 \\ 101000000000000000011101100100111 \\ 01010011001101000000010011000100 \\ 101000000001000000011101100111011 \\ 10100010010000000011101110110101 \\ 101000000000000000011101100110110 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan diagram alir pada Gambar 1, algoritma *Welch-Powell* langkah pertama adalah menentukan derajat setiap titik. Hal tersebut dapat dilihat pada Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Derajat titik graf hasil representasi mata kuliah

Titik	Derajat	Titik	Derajat
v_1	13	v_{17}	12
v_2	12	v_{18}	12
v_3	15	v_{19}	15
v_4	12	v_{20}	15
v_5	12	v_{21}	12
v_6	12	v_{22}	11
v_7	11	v_{23}	11
v_8	11	v_{24}	11
v_9	9	v_{25}	11
v_{10}	12	v_{26}	12
v_{11}	12	v_{27}	15
Titik	Derajat	Titik	Derajat
v_{12}	11	v_{28}	11
v_{13}	12	v_{29}	11
v_{14}	14	v_{30}	13
v_{15}	12	v_{31}	14
v_{16}	12	v_{32}	11

Berdasarkan Tabel 2 diketahui bahwa derajat tertinggi dari graf hasil representasi mata kuliah adalah 15. Misalkan dipilih titik v_3 sebagai titik utama warna yang dalam hal ini diberi warna kuning, maka titik yang dapat diberikan warna sama dengan titik v_3 adalah titik v_{10} dan titik v_{14} . Selanjutnya titik v_{19} dipilih sebagai titik utama warna dengan diberi warna merah, maka titik yang dapat diberi warna serupa dengan titik v_{19} adalah titik v_2 dan titik v_{13} . Dengan cara yang sama semua titik dipilih dan diberi warna sesuai dengan diagram alir yang terdapat pada Gambar 1 diperoleh 12 kelompok warna. Hasil pewarnaan pada graf hasil representasi mata kuliah secara lengkap dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Hasil pewarnaan graf representasi mata kuliah

Menurut Teorema 1 maka representasi graf pada penjadwalan mata kuliah di Program Studi Tadris Matematika, Universitas Al Falah Assunniyah memiliki derajat terbesar 15, sehingga bilangan kromatik dari graf tersebut yaitu $\chi(G) \leq n + 1$ maka $\chi(G) \leq 15 + 1 = 16$. Terbukti bahwa representasi graf pada penjadwalan penjadwalan mata kuliah di Program Studi Tadris Matematika, Universitas Al Falah Assunniyah memiliki pewarnaan kurang dari 16 macam yang dalam hal ini terdapat 12 macam yaitu kuning, merah, biru, hijau, ungu, jingga, abu-abu, coklat, merah muda, hijau muda, hitam, dan kuning gelap. Misalkan setiap kelompok warna dapat dijadwalkan pada jam yang sama, maka 32 mata kuliah tersebut dapat disimulasikan dalam jadwal mata kuliah yang dapat dilihat pada Tabel 3 berikut.

Tabel 3. Simulasi penjadwalan mata kuliah

Hari	Jam Ke	Mata Kuliah	Semester	Pengajar
Senin	1	Teori Bilangan	1	Dosen B
		Matematika Diskrit	3	Dosen D
		Strategi Pembelajaran Matematika	5	Dosen E
	2	Logika Matematika	1	Dosen D
		Kalkulus 1	3	Dosen B
		Etika Profesi Keguruan	5	Dosen C
	3	Aswaja	1	Dosen J

Selasa	1	Pengantar Studi Islam	1	Dosen C	
		Perencanaan Pembelajaran Matematika	3	Dosen E	
		Statistik Pendidikan	5	Dosen B	
	2	Bahasa Indonesia	1	Dosen D	
		Geometri Dasar	3	Dosen C	
		Analisis Real 2	5	Dosen B	
	3	Bahasa Inggris	1	Dosen K	
	Rabu	1	Pancasila & Kewarganegaraan	1	Dosen E
			Media Pembelajaran Matematika Interaktif	3	Dosen C
Teori Graf dan Aplikasinya			5	Dosen D	
2		Teori Belajar dan Pembelajaran Matematika	1	Dosen A	
		Psikologi Pendidikan	3	Dosen B	
		Analisis Vektor	5	Dosen D	
Kamis	1	Ilmu Pendidikan	1	Dosen F	
		Aljabar Linear	3	Dosen A	
		Pengembangan Kurikulum Matematika	5	Dosen C	
	2	Filsafat Ilmu	1	Dosen A	
		Bimbingan Konseling Islam	3	Dosen E	
		Persamaan Diferensial Parsial 2	5	Dosen D	
Jumat	1	Bahasa Arab	1	Dosen H	
		Filsafat Pendidikan Islam	3	Dosen A	
		Evaluasi Pembelajaran Matematika	5	Dosen F	
	2	Ulumul Qur'an	1	Dosen I	
		Inovasi Manajemen Pendidikan	3	Dosen F	
		Metode Penelitian Kualitatif	5	Dosen G	

Berdasarkan Tabel 3 dapat dilihat bahwa penjadwalan mata kuliah di di Program Studi Tadris Matematika, Universitas Al Falah Assunniah sudah sesuai dengan aturan yang berlaku yaitu mata kuliah dengan dosen pengampu yang sama dan mata kuliah pada semester yang sama tidak berada dalam waktu bersamaan.

SIMPULAN

Masalah penjadwalan mata kuliah merupakan permasalahan yang cukup kompleks karena dalam penyusunannya tidak jarang terjadi bentrok yang disebabkan faktor dosen pengampu atau ketersediaan mata kuliah dalam semester yang sama. Dalam penelitian ini didapatkan pengelompokan mata kuliah yang tidak mengalami bentrok, sehingga topik pewarnaan graf menggunakan algoritma *Welch-Powell* sangat efektif dan efisien dijadikan sebagai pedoman penyusunan jadwal mata kuliah. Peneliti menyarankan peneliti lain untuk menerapkan topik pewarnaan graf menggunakan algoritma *Welch-Powell* atau algoritma lainnya untuk melakukan penjadwalan perkuliahan ataupun yang lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Apriyanto, A. (2018). Pewarnaan Graph Berbasis Algoritma Welch Powell Dalam Pengaturan Jadwal Praktikum. *Proximal: Jurnal Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika*, 1(2), 11-21. <https://e-journal.my.id/proximal/article/view/193/155>
- Augusty, F. R., Riti, Y. F., & Herawan, S. T. (2023). Penerapan Algoritma Welch-Powell Dalam Pewarnaan Graf Menentukan Menu Makan Siang Karyawan. *Digital Transformation Technology*, 3(1), 58-65. <https://doi.org/10.47709/digitech.v3i1.2427>
- Brooks, R. L. (1941, April). On colouring the nodes of a network. In *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* (Vol. 37, No. 2, pp. 194-197). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/S030500410002168X>
- Chartrand, G., & Zhang, P. (2019). *Chromatic graph theory*. Boca Raton : Chapman and Hall/CRC.

- Christofides, N. (1971). An algorithm for the chromatic number of a graph. *The computer journal*, 14(1), 38-39. <https://doi.org/10.1093/comjnl/14.1.38>
- Hasanah, L. G., Sripatmi, S., & Amrullah, A. (2022). Penerapan Konsep Pewarnaan Graf Dalam Penyusunan Jadwal Kegiatan Belajar Mengajar Di SMKN. *Griya Journal of Mathematics Education and Application*, 2(2), 504-516. <https://doi.org/10.29303/griya.v2i2.177>
- Komarullah, H. (2023, December). Nilai Minimum Span pada Graf Gurita, Graf Siput, dan Graf Ubur-Ubur. In *Prosiding Galuh Mathematics National Conference* (Vol. 3, No. 1, pp. 56-62). <https://jurnal.unigal.ac.id/GAMMA-NC/article/view/12952/6999>
- Liowardani, A. P., Dafik, D., & Fatahillah, A. (2018). Keterampilan Berpikir Kreatif pada Pewarnaan Titik R-Dinamis Graf Hasil Operasi Edge Corona Graf Lintasan. *Kadikma*, 9(3), 31-41. <https://doi.org/10.19184/kdma.v9i3.10748>
- Mahmudah, M., & Irawati, T. N. (2018). Aplikasi Pewarnaan Graf Terhadap Pembuatan Jadwal Ujian Semester di Jurusan Pendidikan Matematika Universitas Islam Jember. *Mathematics*, 1, 1-10. <https://doi.org/10.19184/kdma.v9i2.8530>
- Maulani, A., & Wulandari, D. (2023). Implementasi Pewarnaan Graf Pada Pengelompokan Siswa/i Rumah Belajar Azalea Dengan Algoritma Welch-Powell. *Jurnal Siger Matematika*, 37-42. <https://doi.org/10.23960/jsm.v4i2.11829>
- Puspasari, D. T., Dafik, D., & Slamini, S. (2014). Pewarnaan Titik pada Graf Khusus: Operasi dan Aplikasinya. In *Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika* (pp. 50-58). <https://jurnal.unej.ac.id/index.php/psmp/article/view/907/711>
- Rahadi, A. P. (2019). Penjadwalan Mata Kuliah Menggunakan Pewarnaan Graf Dengan Algoritma Largest First. *Jurnal Padagogik*, 2(1), 1-13. <https://doi.org/10.35974/jpd.v2i1.1067>
- Sari, R. F., Fibri., & Lela, N. (2023). Implementasi pewarnaan graf menggunakan metode algoritma tabu search pada penjadwalan kerja perawat. *G-Tech: Jurnal Teknologi Terapan*, 7(1), 298-304. <https://doi.org/10.33379/gtech.v7i1.2021>
- Sunarni, T., Bendi, R., & Alfian, A. (2018). Penerapan Teknik Pewarnaan Simpul Graf pada Permasalahan Penjadwalan Kuliah. *Prosiding Ritektra*, 8(1), 84-91. <https://core.ac.uk/download/pdf/161705785.pdf>
- Yusuf, R., Dewi, F. P., & Mujib, A. (2022). Generalisasi Bilangan Kromatik Pada Beberapa Kelas Graf Korona. *Jurnal Derivat: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 9(2), 192-201. <https://doi.org/10.31316/jderivat.v9i2.3780>