LOMBA DAN SEMINAR MATEMATIKA XXXI
Prosiding Pendidikan Matematika, Matematika dan Statistika Volume 8 (2023)
e-ISSN No. 2721-6802

Masalah Transportasi Fuzzy Segitiga Simetri dengan Metode Weighted Geometric-Harmonic Mean

Evita Setya Utami[1], Jathu Rianti[2], Afifah[3], Uswatun Khasanah[4], Zamrud Mahfur Abdillah[5], Solikhin[6], Bambang Irawanto[7]
Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro
evitasetya567@gmail.com

Abstrak—Masalah transportasi merupakan masalah pendistribusian barang dari sumber ke tujuan dengan tujuan meminimumkan total biaya. Penerapan masalah transportasi pada bidang logistic dapat mengurangi biaya dan meningkatkan pelayanan. Terjadinya ketidakpastian di lapangan memunculkan masalah transportasi yang disebut masalah transportasi fuzzy. Penelitian ini membahas mean parameter rangking, metode weighted geometric mean (WGM) dan metode weighted harmonic mean (WHM) untuk menyelesaikan masalah transportasi fuzzy dengan bilangan fuzzy segitiga simetri. Metode mean parameter rangking digunakan untuk penegasan bilangan fuzzy segitiga ke bilangan crips, sedangkan metode WGM, WHM, digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi crips yang mana digunakan untuk mencari solusi fisibel awal. Berdasarkan hasil kajian, diperoleh langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah transportasi fuzzy segitiga simetri dengan mean parameter rangking dan metode WGM, WHM. Selanjutnya diberikan simulasi numerik masalah transportasi.

Kata kunci: WGm, WHM, Masalalah Transportasi Fuzzy

I. PENDAHULUAN

Masalah transportasi merupakan masalah pendistribusian barang dari beberapa persediaan (sumber) ke beberapa permintaan (tujuan) dengan maksud meminimumkan biaya transportasi [1]. Masalah transportasi merupakan kejadian khusus dari masalah program linear yang banyak diaplikasikan dalam manajemen sains, teknik industri, dan teknologi. Metode yang sering digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi yaitu metode least cost, pojok barat laut dan VAM (Vogel Approximation Method) yang digunakan untuk mencari solusi fisibel awal dan metode Stepping Stone, MODI digunakan untuk mencari solusi optimal [1].

Kajian metode untuk menyelesaikan masalah transportasi terus mengalami perkembangan. Muncul metode langsung dalam pencarian solusi optimal masalah transportasi antara lain metode Zero Neigbourning [2], metode Zero Suffix [3] dan lainnya. Metode tersebut mempunyai kelemahan, yaitu memberikan solusi optimal hanya untuk masalah transportasi seimbang. Oleh karena itu muncul metode perbaikan yang memberikan solusi optimal untuk masalah transportasi tak seimbang, yaitu metode improved zero point [4], metode improved exponential approach [5], metode ASM [6], dan improved ASM [7], dan lain sebagainya.

Perkembangan praktek di lapangan sering terjadi ketidakpastian dalam permintaan, persediaan, maupun biaya pengiriman. Sehingga memunculkan permasalahan transportasi ketidakpastian yang dikenal dengan masalah transportasi fuzzy. Tahun 2021 muncul beberapa metode baru salah satunya metode weighted arithmetic mean (WAM) [8]. Metode ini hampir serupa dengan metode least cost. Pada metode least cost, pengalokasian didasarkan pada biaya terkecil pertama, kedua, dan seterusnya sedemikian sehingga semua permintaan terpenuhi dan persediaan habis. Pada metode WAM, mempertimbangkan metode statistika, yakni rata-rata yang disertai bobot. Pengalokasian ditekankan pada biaya terkecil yang terletak pada kolom atau baris yang mempunyai nilai WAM terbesar. Proses dilanjutkan secara terus menerus sedemikian sehingga semua permintaan terpenuhi dan semua persediaan habis. Metode WAM ini memiliki kelemahan, yaitu pada beberapa bilangan yang berbeda dengan bobot yang berbeda ada kemungkinan memiliki nilai rata-rata berbobot yang sama. Hal ini tentunya memberikan kesulitan dalam pengambilan keputusan, sehingga perlu dikembangkan metode lain yang serupa.

Prosiding Pendidikan Matematika, Matematika dan Statistika Volume 8 (2023)
e-ISSN No. 2721-6802

Pada artikel ini dikaji metode rata-rata geometri berbobot dan rata-rata harmonic berbobot (Weighted Geometric-Harmonic Mean) pada masalah transportasi fuzzy, khususnya masalah transportasi fuzzy dengan bilangan fuzzy segitiga. Penegasan bilangan fuzzy segitiga menggunakan mean parameter ranking.

II. METODE PENELITIAN

Metode dalam penelitian ini dilakukan dalam beberapa tahapan, antara lain:

A. Studi Pustaka

Metode penelitian yang dilakukan adalah studi literatur. Untuk mendukung penelitian ini dilakukan penelusuran karya ilmiah dengan mencari buku referensi, jurnal-jurnal ilmiah pada masalah yang terkait, yaitu yang mencakup masalah transportasi fuzzy, penegasan mean parameter rangking, serta metode weighted aritmetic mean.

B. Melakukan Pembatasan Masalah

Permasalahan dalam penelitian ini dibatasi pada masalah transportasi fuzzy dengan bilangan fuzzy segitiga. Penegasan menggunkaan mean parameter rangking.

C. Garis Besar Penyelesaian

Secara garis besar, penyelesaian masalah dalam penelitian ini dirinci sebagai berikut:

1. Mempelajari dan mengkaji masalah transporasi dan penyelesaiannya.
2. Mempelajari dan mengkaji himpunan fuzzy dan bilangan fuzzy segitiga serta penegasan dengan mean parameter rangking.
3. Mempelajari dan mengkaji metode weighted geometric mean (WGM) dan weighted harmonic mean (WHM).
4. Menerapkan metode-metode tersebut untuk menyelesaikan masalah transportasi fuzzy dengan mengubah terlebih dahulu ke dalama masalah transportasi biasa.
5. Menyimpulkan hasil penelitian.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Penyelesaian masalah transportasi fuzzy segitiga simetri dengan metode weighted geometric-harmonic mean memerlukan beberapa kajian, yaitu bilangan fuzzy segitiga simetri dengan penegasan mean parameter ranking, masalah transportasi bilangan fuzzy segitiga simetri, metode weighted geometric-harmonic mean, dan simulasi numerik untuk memperjelas kajian.

A. Bilangan Fuzzy Segitiga

Bilangan fuzzy merupakan himpunan fuzzy dalam semesta himpunan semua bilangan riil R yang bersifat normal, konvek, semua potongan $-\alpha$ tertutup dan pendukungnya terbatas. Berikut ini dibahas bilangan fuzzy segitiga lebih khusus bilangan fuzzy segitiga simetri dengan penegasan menggunakan mean parameter ranking.

Definisi 1. [9] Diberikan fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{A}} : R \to [0,1]$. Bilangan fuzzy $\tilde{A} = (a,b,c)$, $a,b,c \in R$ dikatakan bilangan fuzzy segitiga jika memenuhi

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{b-a}, & \text{jika } a \le x \le b \\ \dfrac{c-x}{c-b}, & \text{jika } b \le x \le c \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases} . \qquad (1)$$

Lebih lanjut jika $b - a = c - b$, maka bilangan fuzzy segitiga $\tilde{A} = (a,b,c)$ dikatakan simetri.

Koleksi semua bilangan fuzzy segitiga (Triangular Fuzzy Number) dinotasikan dengan TFN. Sedangkan koleksi semua bilangan fuzzy segitiga simetri (Symetri Triangular Fuzzy Number) dinotasikan dengan STFN. Jadi, $\tilde{A} = (a,b,c) \in STFN$ berarti bahwa $\tilde{A} = (a,b,c)$ adalah bilangan fuzzy segitiga simetri. Hal ini jelas bahwa $STFN \subseteq TFN$.

e-ISSN No. 2721-6802

Untuk membandingkan dua atau lebih bilangan fuzzy digunakan proses penegasan (defuzzification), yaitu mengubah bilangan fuzzy menjadi bilangan tegas. Proses penegasan yang digunakan adalah mean parameter ranking

Definisi 2. [10] Untuk sebarang $\tilde{A}=(a,b,c)\in TFN$ dengan fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{A}}$, didefinisikan mean parameter ranking $\mathcal{R}_M : TFN \to R$ oleh

$$\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)=\frac{\int_a^b x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_b^c x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}{\int_a^b \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_b^c \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}. \tag{2}$$

Contoh 3. Diberikan bilangan fuzzy segitiga yaitu $\tilde{A}=(4,6,8)$. Akan dicari penengasan $\tilde{A}=(4,6,8)$

Solusi: Bilangan fuzzy segitiga dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-4}{6-4}, & \text{jika } 4\le x\le 6\\ \dfrac{8-x}{8-6}, & \text{jika } 6\le x\le 8\\ 0, & \text{lainnya}\end{cases}$$

Berdasarkan Definisi 2 maka diperoleh

$$\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)=\frac{\int_a^b x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_b^c x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}{\int_a^b \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_b^c \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}=\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)=\frac{\int_4^6 x\left(\frac{x-4}{6-4}\right)dx+\int_6^8 x\left(\frac{8-x}{8-6}\right)dx}{\int_4^6\left(\frac{x-4}{6-4}\right)dx+\int_6^8\left(\frac{8-x}{8-6}\right)dx}=6$$

Untuk menjabarkan Definisi 2 diberikan Teorema berikut yang dapat digunakan untuk menegaskan sebarang bilangan fuzzy segitiga

Teorema 4. [7] Untuk sebarang $\tilde{A}=(a,b,c)\in TFN$ berlaku $\mathcal{R}_M\left(\tilde{A}\right)=\dfrac{a+b+c}{3}$.

Bukti: Diambil sebarang $\tilde{A}=(a,b,c)\in TFN$ dengan fungsi keanggotaan seperti pada Definisi 1. Menurut Definisi 5., berlaku

$$\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)=\frac{\int_a^b x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_b^c x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}{\int_a^b \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_b^c \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}=\frac{\int_a^b x\left(\frac{x-a}{b-a}\right)dx+\int_b^c x\left(\frac{c-x}{c-b}\right)dx}{\int_a^b\left(\frac{x-a}{b-a}\right)dx+\int_b^c\left(\frac{c-x}{c-b}\right)dx}=\frac{a+b+c}{3} \tag{3}$$

Jadi, $\mathcal{R}_M\left(\tilde{A}\right)=\dfrac{a+b+c}{3}$.

Berdasarkan Contoh 3 dengan menggunakan Teorema 4 maka $\mathcal{R}_M(4,6,8)=\dfrac{4+6+8}{3}=6$

Akibat 5. Jika $\tilde{A}=(a,b,c)\in STFN$ maka $\mathcal{R}_M\left(\tilde{A}\right)=b$

Bukti: Misalkan diambil sebarang $\tilde{A}=(a,b,c)\in STFN$, maka sudah pasti $b-a=c-b\Rightarrow 2b=a+c$.

Sehingga dengan itu diperoleh $\mathcal{R}_M\left(\tilde{A}\right)=\dfrac{a+b+c}{3}=\dfrac{(a+c)+b}{3}=\dfrac{2b+b}{3}=b$

Melihat Contoh 3 dan berdasarkan Akibat 5, sehingga diperoleh $\mathcal{R}_M(4,6,8)=6$

B. Masalah Transportasi Fuzzy Segitiga Simetri

Pandang masalah transportasi fuzzy (Fuzzy Transportation Problem, FTP) seimbang dengan parameter adalah bilangan fuzzy segitiga simetri berikut.

e-ISSN No. 2721-6802

(FTP) Minimumkan $\tilde{z} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_{ij} \otimes \tilde{x}_{ij}$ (4)

dengan kendala $\sum_{j=1}^{n} \tilde{x}_{ij} \approx \tilde{a}_i$, $i = 1, 2, ..., m$; $\sum_{i=1}^{m} \tilde{x}_{ij} \approx \tilde{b}_j$, $j = 1, 2, ..., n$; $\tilde{x}_{ij} \gtrapprox \tilde{0}$, $i = 1, 2, ..., m$, $j = 1, 2, ..., n$, dan $\sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_i \approx \sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j$ dimana $\tilde{a}_i, \tilde{b}_j, \tilde{c}_{ij}, \tilde{x}_{ij} \in STFN, i = 1, 2, ..., m; j = 1, 2, ..., n$.

Definisi 6. [11] Himpunan $\left\{ \tilde{x}_{ij} \gtrapprox \tilde{0} \middle| i = 1, 2, ..., m; j = 1, 2, ..., n \right\}$ yang memenuhi batasan (kendala) pada FTP disebut solusi fisibel.

Definisi 7. [11] Solusi fisibel dikatakan solusi optimal jika meminimumkan total biaya FTP.

Diberikan Teorema sebagi jaminan adanya solusi fisibel fuzzy pada masalah transportasi fuzzy seimbang.

Teorema 8. Masalah transportasi fuzzy memiliki solusi fisibel jika dan hanya jika masalah transportasi fuzzy seimbang.

Bukti: Diketahui masalah transportasi fuzzy segitiga simetri memiliki solusi fisibel fuzzy. Misalkan $x = \left\{ x_{ij} \geq \tilde{0} \middle| i = 1, 2, ..., m; j = 1, 2, ..., \mathrm{n} \right\}$ merupakan solusi fisibel fuzzy, berati memenuhi kendala

$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \approx a_i$ untuk $i = 1, 2, ..., m$

$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \approx \tilde{b}_j$ untuk $j = 1, 2, ..., n$

$x_{ij}, \tilde{c}_{ij}, a_i, \tilde{b}_j \in STFN$ $x_{ij} \geq \tilde{0}$, $i = 1, 2, ..., m$, $j = 1, 2, ..., n$

Dari $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \approx a_i$ dan $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \approx \tilde{b}_j$, maka

$\sum_{i=1}^{m} \left(\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \right) \approx \sum_{i=1}^{m} \left(a_i \right)$ dan $\sum_{j=1}^{n} \left(\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \right) \approx \sum_{i=1}^{n} \left(\tilde{b}_j \right)$

Sehingga diperoleh, $\sum_{i=1}^{m} a_i \approx \sum_{i=1}^{n} \tilde{b}_j$

Jadi dengan demikian $\sum_{i=1}^{m} a_i \approx \sum_{i=1}^{n} \tilde{b}_j$ merupakan masalah transportasi fuzzy seimbang.

C. Metode Weighted Geometric-Harmonic Mean

Metode Weighted Geometric Mean (WGM) dan Weighted Harmonic Mean (WHM) merupakan pengembangan metode Weighted Aritmatic Mean (WAM) untuk menyelesaikan solusi fisibel awal pada masalah transportasi. Metode ini seperti metode least cost dimana dalam metode least cost pengalokasian ditekankan pada biaya terkecil pertama, kedua, ketiga, dan seterusnya sampai permintaan terpenuhi dan semua persediaan habis. Metode WGM dan WHM ini berbeda dengan metode WAM, dimana metode WAM menggunakan rata-rata aritmatik sedangkan metode WGM menggunakan rata-rata geometri dan metode WHM menggunakan rata-rata harmonic. Metode WGM dan WHM mempertimbangkan salah satu metode statistika yaitu rata-rata yang disertai dengan bobot. Penentuan bobot disetiap baris dan kolom diberikan secara berurutan berupa bilangan asli. Penentuan bobot dilakukan setelah data diurutkan mulai dari terbesar sampai terkecil. Kemudian pengalokasian ditekankan pada biaya terkecil yang terletak pada baris atau kolom yang mempunyai nilai WGM, WHM yang terbesar. Hal inilah yang membedakan antara metode WGM, WHM dengan metode WAM, Least Cost.

e-ISSN No. 2721-6802

Diberikan data $y_i, = i = 1,2,3,....,\mathrm{n}$ dengan $\mathrm{y}_i \ge y_{i+1}, \mathrm{i} = 1,2,3,....,n$ berturut-turut dengan bobot $w_i = i, i = 1,2,3,....,n$ didefinisikan rataan geometri berbobot (Weighted Geometri Mean) e_G dan rataan harmonic berbobot (Weighted Harmonic Mean) e_H adalah

$$e_G = \left(\prod_{i=1}^{n} (y_i)^{w_i} \right)^{\left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \right)} \tag{5}$$

$$e_H = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{w_i}{y_i}} \tag{6}$$

Weighted Geometri Mean e_G merupakan rata-rata geometri dan Weighted Harmonic Mean e_H merupakan rata-rata harmonic, jika untuk setiap data $y_i, \mathrm{i} = 1,2,3,....,\mathrm{n}$ mempunyai bobot yang sama atau dapat dikatakan $w_i = 1, \mathrm{i} = 1,2,3,....,n$ maka Weighted Geometri Mean dan Weighted Harmonic Mean adalah

$$e_G = \left(\prod_{i=1}^{n} (y_i)^{w_i} \right)^{\left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \right)} = \left(\prod_{i=1}^{n} (y_i) \right)^{\left(\frac{1}{n} \right)} \tag{7}$$

$$e_H = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{w_i}{y_i}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{y_i}} \tag{8}$$

Berikut ini algoritma dari metode WGM dan WHM.

1. Membuat tabel transportasi seimbang
2. Menghitung nilai weighted geometric-harmonic mean
   Menghitung nilai weighted geometric dan harmonic mean pada setiap baris dan kolom
3. Pengalokasian
   Memilih baris dan kolom dengan nilai rata-rata terbesar dan mengalokasikan pada sel biaya terkecil sebesar jumlah yang mungkin dengan melihat permintaan atau persediaan, yaitu sebesar $\min\{a_i, b_j\}$. Apabila nilai rata-rata yang terbesar lebih dari satu, maka memilih dengan yang ada biaya terkecilnya diantara semuanya
4. Mengulangi Langkah 2 dan Langkah 3 hingga semua permintaan terpenuhi dan semua persediaan habis
5. Menghitung total biaya transportasi

Teorema 9. Metode WGM dan WHM memberikan solusi fisibel awal pada masalah transportasi.
Bukti: Misal diberikan sembarang masalah transportasi. Apabila masalah transportasi tidak seimbang makan dibuat seimbang dengan cara menambahkan dummy pada baris atau kolom yang sesuai. Ketika sudah ditambahkan dummy maka diperoleh masalah transportasi seimbang. Untuk setiap baris dan kolom dihitung masing-masing dihitung nilai e_G, e_H. Pada e_G, e_H terbesar dialokasikan sebesar $x_{ij} = \min\{a_i, b_j\} \ge 0$ pada sel dengan biaya terkecil dan memberikan sisa sebesar $a_j - b_j \ge 0$ atau $b_j - a_i \ge 0$. Kemudian diulangi sedemikian sehingga semua permintaan terpenuhi dan persediaan habis.

e-ISSN No. 2721-6802

Dari sini diperoleh $\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = a_i, i = 1,2,3,....,n$ dan $\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = b_j$, $\mathrm{j} = 1,2,3,....,m$. Dengan ini terbukti bahwa metode WGM dan WHM memberikan solusi fisibel.

Penyelesaian masalah transportasi fuzzy dengan bilangan fuzzy segitiga simetri menggunakan metode WGM dan WHM dapat dilakukan dengan cara mengubah masalah transportasi fuzzy ke dalam bentuk masalah transportasi biasa dengan penegasan menggunakan metode mean parameter ranking.

Adapun tahapan atau lahkah-langkahnya sebagai berikut:

1. Diberikan masalah transportasi fuzzy segitiga simetri
2. Mengubah masalah transportasi fuzzy segitiga simetri menjadi masalah transportasi biasa dengan penegasan metode mean parameter ranking
3. Menyelesaikan masalah transportasi biasa dengan metode WHM
4. Diperoleh solusi crips

D. Simulasi Numerik

Diberikan beberapa contoh penyelesaian masalah transportasi fuzzy segitiga simetri dengan metode weighted geometric dan harmonic mean.

Contoh 11. Diberikan masalah transportasi fuzzy segitiga simetri dengan biaya transportasi, permintaan, persediaan seperti pada Tabel 1 sebagai berikut.

Tabel 1 Tabel Transportasi

Sumber	Tujuan		Persediaan
	Kota A	Kota B	
Pabrik 1	$(5, 10, 15)$	$(15, 20,25)$	$(100, 200, 300)$
Pabrik 2	$(10, 12, 14)$	$(6, 14, 22)$	$(50, 100, 150)$
Permintaan	$(50, 150,150)$	$(150, 150, 250)$	$(200, 300, 400)$

Tujuannya adalah menentukan pendistribusian barang sedemikian sehingga dibutuhkan biaya transportasi seminimum mungkin.

Solusi:

Permasalahan diselesaikan dengan menggunakan metode WGM dan WHM

Langkah 1 Masalah Transportasi Seimbang. Dikarenakan jumlah permintaan sama dengan jumlah persediaan maka masalah transportasi diatas merupakan masalah transportasi seimbang.

Permasalahan tersebut merupakan masalah transportasi seimbang, dengan penegasan mean parameter ranking, yaitu $\Re(\widetilde{\mathrm{A}}) = \mathrm{b}$, diperoleh masalah transportasi biasa (crips) seimbang seperti Tabel 2.

Tabel 2 Transportasi Seimbang

Sumber	Tujuan		Persediaan
	Kota A	Kota B	
Pabrik 1	10	20	200
Pabrik 2	12	14	100
Permintaan	150	150	300

Langkah 2 Menghitung Nilai e_G dan e_H

Menghitung e_G pada setiap baris dan kolom dengan menentukan bobot terlebih dahulu. Pada baris pertama (pabrik 1) terdapat data 10 dan 20, maka 20 diberikan bobot 1 dan 10 diberikan bobot 2 dengan $e_G = \left(20^1 \times 10^2\right)^{\left(\frac{1}{3}\right)}$=12,59. Sedangkan pada baris kedua (pabrik 2) 12 diberikan bobot 2 dan 14 diberikan bobot 1 dengan $\mathrm{e_G} = 12{,}63$. Kemudian pada kolom pertama (kota A) 10 diberikan bobot 2 dan 12 diberikan bobot 1 dengan $\mathrm{e_G} = 10{,}62$. Sedangkan pada kolom kedua (kota B) 20 diberikan bobot 1 dan 14 diberikan bobot 2 dengam $\mathrm{e_G} = 15{,}76$.

Menghitung pada baris pertama $\mathrm{e_H} = \frac{1+2}{\frac{1}{20}+\frac{2}{10}} = 12$. Sedangkan pada baris kedua (pabrik 2) 12 diberikan bobot 2 dan 14 diberikan bobot 1 dengan $\mathrm{e_H} = 12{,}6$. Kemudian pada kolom pertama (kota A) 10 diberikan

e-ISSN No. 2721-6802

bobot 2 dan 12 diberikan bobot 1 dengan $e_H = 10{,}6$. Sedangkan pada kolom kedua (kota B) 20 diberikan bobot 1 dan 14 diberikan bobot 2 dengam $e_H = 15{,}5$. Penulisan bobot baris diatas dan bobot kolom dibawah, diperoleh Tabel 3.

Tabel 3. Penentuan Bobot dan Nilai WGM

Sumber	Tujuan		Persediaan	e_G
	Kota A	Kota B		
Pabrik 1	10^2_2	20^1_1	200	12,59
Pabrik 2	12^2_1	14^1_2	100	12, 63
Permintaan	150	150	300	
e_G	10,62	15,76		

Tabel 4. Penentuan Bobot dan Nilai WHM

Sumber	Tujuan		Persediaan	e_H
	Kota A	Kota B		
Pabrik 1	10^2_2	20^1_1	200	12
Pabrik 2	12^2_1	14^1_2	100	12, 6
Permintaan	150	150	300	
e_H	10,6	15,5		

Langkah 3 Pengalokasian

Nilai $e_G$terbesar adalah $e_G = 15{,}76$ berada pada kolom kedua. Pada kolom kedua biaya terendahnya adalah 14, maka dialokasikan sebesar $\min\{100, 150\} = 100$ seperti pada Tabel 5.

Selanjutnya nilai $e_H$terbesar adalah $e_H = 15{,}5$ berada pada kolom (Kota B). Kolom kedua biaya terendahnya adalah 14, maka dialokasikan sebesar $\min\{100, 150\} = 100$ seperti pada Tabel 6.

Tabel 5 Pengalokasian WGM

Sumber	Tujuan		Persediaan
	Kota A	Kota B	
Pabrik 1	10^2_2	20^1_1	200
Pabrik 2	12^2_1	14^1_2 100	100
Permintaan	150	150	300

Tabel 6 Pengalokasian WHM

Sumber	Tujuan		Persediaan
	Kota A	Kota B	
Pabrik 1	10^2_2	20^1_1	200
Pabrik 2	12^2_1	14^1_2 100	100
Permintaan	150	150	300

Langkah 4 Mengulangi Langkah 2 dan Langkah 3

Menghitung kembali nilai e_G, e_H dan pengalokasian kembali, seperti Tabel 7 dan 8

Tabel 7. Penentuan Bobot dan Nilai WGM

Sumber	Tujuan		Persediaan	e_G
	Kota A	Kota B		
Pabrik 1	10^2_1	20^1_1	200	12,59
Pabrik 2	12	100 14	100	-
Permintaan	150	150	300	
e_G	10	20		

Tabel 8. Penentuan Bobot dan Nilai WHM

Sumber	Tujuan		Persediaan	e_H
	Kota A	Kota B		
Pabrik 1	10^2_1	20^1_1	200	12
Pabrik 2	12	100 14	100	-
Permintaan	150	150	300	
e_H	10	20		

Nilai weighted geometri mean terbesar adalah $e_G = 20$ berada pada kolom kedua (Kota B) dan mengalokasikan sebesar min {50,200}= 50 seperti tabel 9.

Nilai weighted harmonic mean terbesar adalah $e_H = 20$ berada pada kolom kedua (Kota B) dan mengalokasikan sebesar min {50,200}= 50 seperti tabel 10.

e-ISSN No. 2721-6802

Tabel 9. Pengalokasian Lanjutan WGM

Sumber	Tujuan		Persediaan
	Kota A	Kota B	
Pabrik 1	$\boxed{10_1^1}$	50 $\boxed{20}$	200
Pabrik 2	$\boxed{12}$	100 $\boxed{14}$	100
Permintaan	150	150	300

Tabel 10. Pengalokasian Lanjutan WHM

Sumber	Tujuan		Persediaan
	Kota A	Kota B	
Pabrik 1	$\boxed{10_1^1}$	50 $\boxed{20}$	200
Pabrik 2	$\boxed{12}$	100 $\boxed{14}$	100
Permintaan	150	150	300

Dikarenan Pabrik 1 masih tersisa 150, maka dialokasikan ke kota A sebesar 150. Sehingga permintaan di kota A terpenuhi, seperti tabel 11 dan 12.

Tabel 11. Solusi WGM

Sumber	Tujuan		Persediaan
	Kota A	Kota B	
Pabrik 1	$\boxed{10}$ 150	$\boxed{20}$ 50	200
Pabrik 2	$\boxed{12}$ 0	$\boxed{14}$ 100	100
Permintaan	150	150	300

Tabel 12. Solusi WHM

Sumber	Tujuan		Persediaan
	Kota A	Kota B	
Pabrik 1	$\boxed{10}$ 150	$\boxed{20}$ 50	200
Pabrik 2	$\boxed{12}$ 0	$\boxed{14}$ 100	100
Permintaan	150	150	300

Langkah 5 Menghitung Total Biaya Transportasi
Total biaya transportasi metode WGM diperoleh sebesar $z = 3900$.
Total biaya transportasi metode WHM diperoleh sebesar $z = 3900$.
Jika masalah transportasi diselesaikan dengan metode WAM diperoleh solusi seperti Tabel 12 dengan biaya transportasi 3.900

Contoh 12. Diberikan masalah transportasi fuzzy dengan biaya transportasi, persediaan, dan permintaan berupa bilangan fuzzy segitiga simetri seperti pada Tabel 13 sebagai berikut.

Tabel 13 Tabel Transportasi

Sumber	Tujuan			Persediaan
	Kota A	Kota B	Kota C	
Pabrik 1	(0,5,10)	(2,6,10)	(3,7,10)	(14,18,22)
Pabrik 2	(1,2,3)	(0,4,8)	(1,3,5)	(9,11,13)
Pabrik 3	(0,1,2)	(4,8,12)	(5,10,15)	(2,6,10)
Permintaan	(10,12,14)	(10,13,16)	(5,10,15)	(25,35,45)

Permasalahannya adalah menentukan pendistribusian barang sedemikian sehingga dibutuhkan biaya transportasi seminimum mungkin.
Solusi:
Akan dikerjakan menggunakan metode weighted geometric mean dan weighted harmonic mean
Langkah 1 Masalah Transportasi Seimbang
Permasalahan tersebut merupakan masalah transportasi seimbang, menggunakan penegasan metode mean parameter ranking, yaitu $\Re(\tilde{A}) = b$, diperoleh masalah transportasi biasa seimbang seperti Tabel 14.

Tabel 14 Tabel Transportasi

Sumber	Tujuan			Persediaan
	Kota A	Kota B	Kota C	
Pabrik 1	$\boxed{5}$	$\boxed{6}$	$\boxed{7}$	18
Pabrik 2	$\boxed{2}$	$\boxed{4}$	$\boxed{3}$	11
Pabrik 3	$\boxed{1}$	$\boxed{8}$	$\boxed{10}$	6

Prosiding Pendidikan Matematika, Matematika dan Statistika Volume 8 (2023)
e-ISSN No. 2721-6802

Permintaan	12	13	10	35

Langkah 2 Menghitung WGM dan WHM
Memberikan bobot setiap baris dan kolom, selanjutnya menghitung nilai WGM dan WHM seperti Tabel 15.

Tabel 15 Pemberian bobot dan nilai WGM, WHM

Sumber	Tujuan			Persediaan	e_G	e_H
	Kota A	Kota B	Kota C			
Pabrik 1	$\boxed{5_1^3}$	$\boxed{6_2^2}$	$\boxed{7_2^1}$	18	5,61	5,6
Pabrik 2	$\boxed{2_2^3}$	$\boxed{4_3^1}$	$\boxed{3_3^2}$	11	2,56	2,5
Pabrik 3	$\boxed{1_3^3}$	$\boxed{8_1^2}$	$\boxed{10_1^1}$	6	2,32	1,8
Permintaan	12	13	10	35		
e_G	1,64	5,13	4,86			
e_H	1,4	4,9	4,3			

Langkah 3 dan 4, Pengalokasian dan Pengulangan
Mengalokasikan dan menghitung WGM, WHM kembali sampai semua permintaan terpenuhi dan persediaan habis. Diperoleh pengalokasian terakhir seperti Tabel 16 dan Tabel 17.

Tabel 16 Tabel Solusi WGM

Sumber	Tujuan			Persediaan
	Kota A	Kota B	Kota C	
Pabrik 1	12 $\boxed{5}$	6 $\boxed{6}$	0 $\boxed{7}$	18
Pabrik 2	0 $\boxed{2}$	1 $\boxed{4}$	10 $\boxed{3}$	11
Pabrik 3	0 $\boxed{1}$	6 $\boxed{8}$	0 $\boxed{10}$	6
Permintaan	12	13	10	35

Tabel 17 Tabel Solusi WHM

Sumber	Tujuan			Persediaan
	Kota A	Kota B	Kota C	
Pabrik 1	12 $\boxed{5}$	6 $\boxed{6}$	0 $\boxed{7}$	18
Pabrik 2	0 $\boxed{2}$	1 $\boxed{4}$	10 $\boxed{3}$	11
Pabrik 3	0 $\boxed{1}$	6 $\boxed{8}$	0 $\boxed{10}$	6
Permintaan	12	13	10	35

Langkah 5 Menghitung total biaya transportasi
Total biaya transportasi metode WGM diperoleh sebesar $z = 178$.
Total biaya transportasi metode WHM diperoleh sebesar $z = 178$.
Jika masalah transportasi diselesaikan dengan metode WAM diperoleh solusi seperti Tabel 17 dengan biaya transportasi 178, dan jika diselesaikan dengan metode least cost diperoleh solusi seperti Tabel 17 dengan biaya sebesar 176.

IV. SIMPULAN DAN SARAN

Metode WGM dan WHM dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi fuzzy khususnya pada bilangan segitiga simetri. Mean parameter rangking digunakan untuk mengubah masalah transportasi fuzzy ke dalam masalah transportasi biasa dan metode WGM, WHM untuk menghitung solusi fisibel awal pada masalah transportasi. Metode WGM memiliki rata-rata lebih besar dibandingkan metode WHM. Metode WGM dan WHM keduanya menitikberatkan pada rata-rata berbobot terbesar dan biaya transportasi terkecil dalam pengalokasiannya. Kedua metode ini memiliki solusi fisibel awal seperti metode WAM, namun dalam proses perhitungan metode WGM, WHM memiliki nilai rata-rata lebih kecil daripada metode WAM. Dalam perhitungan metode WGM lebih efisien dibandingkan metode WHM karena metode WGM memiliki nilai rata-rata yang lebih rendah.

DAFTAR PUSTAKA

[1] W. L. Winston, Operations Research Applications and Algoritms, 4th ed. New York : Duxbury, 2004.

[2] K. Thiagarajan, H. Saravanan, and P. Natarajan, "Finding on Optimal Solution for Transportation Problem- Zero Neighbouring Method," Ultra Scientis, vol. 25A, pp. 281–284, July 2013.

[3] M. R. Fegade, V. A. Jadhav, and A. A. Muley, "Solving Fuzzy Transportation Problem Using Zero Suffix and Robust Ranking Methodology," IOSR Journal of Engineering (IOSRJEN), vol. 2, pp. 36–39, July 2012.

[4] Samuel, A. E. & Venkatachalapathy, M., (2012). A New Dual Based Approach for the Unbalanced Fuzzy Transportation Problem. Applied Mathematical Sciences, 89(6), 4443-4453.

[5] Dimas, A. H. (2016). Metode Improved Exponential Approach dalam Menentukan Solusi Optimum pada Masalah Transportasi. Universitas Diponegoro. Semarang.

[6] A. Quddoos, S. Javaid, and M. M. Khalid, "A New Method for Finding an Optimal Solution for Transportation Problems," International Journal on Computer Science and Engineering (IJCSE), vol. 4, no. 7, pp. 1271–1274, July 2012.

[7] Solikhin, "Metode Fuzzy ASM pada Masalah Transportasi Fuzzy Seimbang," Prosiding, ISBN 978-602-73403-3-6, pp. 257-264, 2017.

[8] M. M. Gothi, R. G. Patel, and B. S. Patel, "A concept of an optimal solution of the transportation problem using the weighted arithmetic mean," Adv. Math. Sci. J., vol. 10, no. 3, pp. 1707–1720, 2021, doi: 10.37418/amsj.10.3.52.

[9] P. Pandian and G. Natarajan, "A New Algorithm for Finding a Fuzzy Optimal Solution for Fuzzy Transportation Problems, "Applied Mathematical Sciences, vol. 4, pp. 79–90, May 2010.

[10] C. Sudhagar & K. Ganesan, "Fuzzy Integer Linear Programming with Fuzzy Decision Variables," Applied Mathematical Sciences, vol. 4, pp. 3493-3502, 2010.

[11] S. Mohanaselvi and K. Ganesan,"Fuzzy Optimal Solution to Fuzzy Transportation Problem: A New Approach," International Journal on Computer Science and Engineering (IJCSE), vol. 4, pp. 367–375, March 2012.

[12] Solikhin, Abdul Aziz "Metode Mean Parameter Rangking-Weighted Aritamtic Mean pada Masalah Transportasi Fuzzy Segitiga Simetri," Prosiding, ISBN 978-602-73403-3-6, pp. 257- 264, 2017.