LOMBA DAN SEMINAR MATEMATIKA XXX
Prosiding Pendidikan Matematika dan Matematika Volume 6 (2022)
e-ISSN No. 2721-6802

Metode Mean Parameter Ranking-Weighted Arithmetic Mean pada Masalah Transportasi Fuzzy Segitiga Simetri

Solikhin, Abdul Aziz
Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro
soli_erf@yahoo.com

Abstrak—Masalah transportasi merupakan masalah pendistribusian barang/produk dari sumber ke tujuan dengan tujuan meminimumkan total biaya. Penerapan masalah transportasi pada bidang logistic dan manajemen supply-chain dapat mengurangi biaya dan meningkatkan pelayanan. Terjadinya ketidakpastian di lapangan memunculkan masalah transportasi fuzzy. Artikel ini membahas kombinasi metode mean parameter rangking dan metode weighted arithmetic mean (WAM) untuk menyelesaikan masalah transportasi fuzzy khususnya bilangan fuzzy segitiga simetri. Metode mean parameter rangking digunakan untuk penegasan bilangan fuzzy ssegitiga simetri ke bilangan crips, sedangkan metode WAM digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi crips yang mana merupakan metode pencarian solusi fisibel awal. Berdasarkan hasil kajian, diperoleh langkah-langkah penyelesaian masalah transportasi fuzzy dengan metode kombinasi mean parameter rangking dan WAM. Kemudian diberikan contoh simulasi numerik.

Kata kunci: ***Transportasi Fuzzy, Mean parameter rangking, WAM***

I. PENDAHULUAN

Masalah transportasi dikaji secara luas dalam bidang keteknikan dan riset operasi. Masalah transportasi merupakan masalah pendistribusian barang atau produk dari sejumlah sumber tertentu (misalnya pabrik) ke sejumlah tujuan tertentu (misalnya Gudang) dengan batasan persediaan dan permintaan terpenuhi sedemikian sehingga meminimumkan total biaya transportasi [1]. Dalam logistic dan manajemen supply-chain, masalah transportasi memegang peranan penting dalam pengurangan biaya dan peningkatan pelayanan.

Ada berbagai macam metode yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah transportasi baik metode pencarian solusi fisibel awal maupun metode pencarian solusi optimal. Misalnya seperti metode Northwest Corner, metode minimum-cost atau least cost, dan metode Vogel's [2] dapat digunakan untuk mencari solusi fisibel awal. Sedangkan metode MODI (*Modified Distribution*) dan metode Stepping Stone merupakan metode pencarian solusi optimal [3]. Pengembangan metode terus dikaji sehingga berhasil dikembangkan metode langsung dalam pencarian solusi masalah transportasi. Seperti metode ASM [4], metode zero point [5], metode exponential approach [6], dan metode lainnya. Metode-metode itu memberikan solusi optimal pada masalah transportasi seimbang.

Seiring perkembangan, pada masalah transportasi tidak menutup kemungkinan timbul adanya ketidakpastian di lapangan seperti ketidakpastian biaya transportasi, ketidakpastian persediaan, atau ketidakpastian permintaan. Adanya ketidakpastian ini memunculkan masalah dalam transportasi, yaitu masalah transportasi fuzzy. Ada berbagai metode yang digeneraliasi dari metode masalah transportasi biasa untuk memecahkan masalah transportasi fuzzy, yaitu metode ASM fuzzy [7], metode fuzzy zero point [8], metode fuzzy zero suffix [9], metode zero neighbouring [10], dan lain sebagainya.

Tahun 2021 muncul beberapa metode baru dalam penyelesaian masalah transportasi, salah satunya metode weighted arithmetic mean (WAM) [11]. Metode ini hampir serupa dengan metode least cost. Pada metode least cost, pengalokasian didasarkan pada biaya terkecil pertama, kedua, dan seterusnya sedemikian sehingga semua permintaan terpenuhi dan persediaan habis. Pada metode WAM, mempertimbangkan metode statistika, yakni rata-rata yang disertai bobot. Pengalokasian ditekankan pada biaya terkecil yang terletak pada kolom atau baris yang mempunyai nilai WAM terbesar. Proses dilanjutkan secara terus menerus sedemikian sehingga semua permintaan terpenuhi dan semua persediaan habis.

Prosiding Pendidikan Matematika dan Matematika Volume 6 (2022)
e-ISSN No. 2721-6802

Pada artikel ini, penulis mengkaji masalah transportasi fuzzy bilangan segitiga simetri yang diselesaikan dengan metode mean parameter ranking-WAM. Kemudian, penulis memberikan contoh simulasi numerik untuk memperjelas teori.

II. HASIL DAN PEMBAHASAN

Penyelesaian masalah transportasi fuzzy segitiga simetri dengan metode weighted arithmetic mean memerlukan beberapa kajian, yaitu bilangan fuzzy segitiga simetri dengan penegasan mean parameter ranking, masalah transportasi bilangan fuzzy segitiga simetri, metode weighted arithmetic mean, dan simulasi numerik untuk memperjelas kajian.

A. Bilangan Fuzzy Segitiga Simetri

Himpunan fuzzy $\tilde{A} = \left\{ \left(x, \mu_{\tilde{A}}(x) \right) \middle| x \in R \right\}$ dikatakan bilangan fuzzy jika himpunan fuzzy $\tilde{A}$ bersifat normal, mempunyai pendukung yang terbatas, setiap $\alpha - cut$ merupakan interval tertutup di himpunan semua bilangan riil R dan konveks. Ada berbagai macam bilangan fuzzy, salah satunya adalah bilangan fuzzy segitiga (*Triangular Fuzzy Number*).

Definisi 1. [12] Bilangan fuzzy $\tilde{A} = (a,b,c)$, $a,b,c \in R$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{b-a}, & \text{jika } a \le x \le b \\ \dfrac{c-x}{c-b}, & \text{jika } b \le x \le c \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases},$$

disebut bilangan fuzzy segitiga.

Jika pada bilangan fuzzy segitiga $\tilde{A} = (a,b,c)$ memenuhi $b-a = c-b$, maka bilangan fuzzy segitiga tersebut dikatakan simetri (*Symmetric Triangular Fuzzy Number*). Himpunan semua bilangan fuzzy segitiga dan bilangan fuzzy segitiga simetri berturut-turut dinotasikan TFN dan STFN. Jelas diperoleh bahwa $STFN \subseteq TFN$.

Operasi pada bilangan fuzzy segitiga mengacu pada [13]. Pada bilangan fuzzy segitiga tidak dapat dibandingkan seperti halnya vector. Dua atau lebih bilangan fuzzy segitiga dapat ditegaskan (defuzzyfikasi), salah satunya dengan menggunakan mean parameter ranking [14].

Definisi 2. [14] Misalkan $\tilde{A} = (a,b,c) \in TFN$, didefinisikan mean parameter ranking $\mathcal{R} : TFN \to R$ oleh

$$\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x \mu_{\tilde{A}}(x)\, dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_{\tilde{A}}(x)\, dx},$$

untuk setiap $\tilde{A} = (a,b,c) \in TFN$.

Contoh 3. Diberikan bilangan fuzzy segitiga $\tilde{B} = (2,4,6)$. Dicari penegasan dari $\tilde{B} = (2,4,6)$.

Solusi: Diketahui bilangan fuzzy segitiga $\tilde{B} = (2,4,6)$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{B}}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-2}{4-2}, & \text{jika } 2 \le x \le 4 \\ \dfrac{6-x}{6-4}, & \text{jika } 4 \le x \le 6 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}.$$

Menurut Definisi 2 diperoleh

Prosiding Pendidikan Matematika dan Matematika Volume 6 (2022)
e-ISSN No. 2721-6802

$$\mathcal{R}\left((2,4,6)\right)=\frac{\int_{-\infty}^{\infty} x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}=\frac{\int_{2}^{4} x\left(\frac{x-2}{4-2}\right)dx+\int_{4}^{6} x\left(\frac{6-x}{6-2}\right)dx}{\int_{2}^{4}\left(\frac{x-2}{4-2}\right)dx+\int_{4}^{6}\left(\frac{6-x}{6-2}\right)dx}=4\,.$$

Teorema berikut merupakan penjabaran dari Definisi 2 yang dapat digunakan secara sederhana untuk menegaskan sebarang bilangan fuzzy segitiga.

Teorema 4. [7] Untuk setiap $\tilde{A}=(a,b,c)\in TFN$, maka $\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)=\frac{a+b+c}{3}$.

Bukti: Diambil sebarang $\tilde{A}=(a,b,c)\in TFN$ dengan fungsi keanggotaan seperti pada Definisi 1. Menurut Definisi 2 diperoleh

$$\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)=\frac{\int_{-\infty}^{a} x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_{a}^{b} x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_{b}^{c} x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_{c}^{\infty} x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}{\int_{-\infty}^{a} \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_{a}^{b} \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_{b}^{c} \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_{c}^{\infty} x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}=\frac{\int_{a}^{b} x\left(\frac{x-a}{b-a}\right)dx+\int_{b}^{c} x\left(\frac{c-x}{c-b}\right)dx}{\int_{a}^{b}\left(\frac{x-a}{b-a}\right)dx+\int_{b}^{c}\left(\frac{c-x}{c-b}\right)dx}$$
$$=\frac{a+b+c}{3}\,.$$

Jadi, $\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)=\frac{a+b+c}{3}$. □

Melihat Contoh 3 dan dengan menggunakan Teorema 4, maka $\mathcal{R}\left((2,4,6)\right)=\frac{2+4+6}{3}=4$.

Akibat dari Teorema 3, jika $\tilde{A}=(a,b,c)$ merupakan bilangan fuzzy segitiga simetri, yaitu $\tilde{A}=(a,b,c)\in STFN$ maka $\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)=b$.

Akibat 5. Jika $\tilde{A}=(a,b,c)\in STFN$ maka $\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)=b$.

Bukti: Diambil sebarang $\tilde{A}=(a,b,c)\in STFN$, maka $b-a=c-b \iff a+c=2b$. Oleh karena itu, diperoleh

$$\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)=\frac{a+b+c}{3}=\frac{(a+c)+b}{3}=\frac{2b+b}{3}=b\,. \qquad \square$$

Merujuk Contoh 3, karena $\tilde{B}=(2,4,6)$ merupakan bilangan fuzzy segitiga simetri, maka berdasarkan Akibat 5 diperoleh $\mathcal{R}\left((2,4,6)\right)=4$.

Definisi 6. [15] Diberikan sebarang dua bilangan fuzzy segitiga $\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3)$ dan $\tilde{B}=(b_1,b_2,b_3)$, $\tilde{A},\tilde{B}\in TFN$.

i) $\tilde{A}\gtrsim\tilde{0} \iff \mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)>0$.

ii) $\tilde{A}\approx\tilde{0} \iff \mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)=0$.

iii) $\tilde{A}\cong\tilde{B} \iff a_1=b_1,\ a_2=b_2,$ dan $a_3=b_3$.

iv) $\tilde{A}\approx\tilde{B} \iff \mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)=\mathcal{R}\left(\tilde{B}\right)$.

v) $\tilde{A}\simeq\tilde{B}\approx\tilde{0} \iff \mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)-\mathcal{R}\left(\tilde{B}\right)=0$.

vi) $\tilde{A}\gtrsim\tilde{B} \iff \mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)\geq\mathcal{R}\left(\tilde{B}\right)$.

Prosiding Pendidikan Matematika dan Matematika Volume 6 (2022)
e-ISSN No. 2721-6802

Dapat ditunjukkan bahwa fungsi mean parameter ranking seperti pada Definisi 2 merupakan fungsi linear, yaitu untuk setiap $\tilde{A},\tilde{B} \in TFN$ dan sebarang scalar $\lambda \in R$ berlaku $\mathcal{R}\left(\tilde{A}+\tilde{B}\right)=\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)+\mathcal{R}\left(\tilde{B}\right)$ dan $\mathcal{R}\left(\lambda\tilde{A}\right)=\lambda\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)$.

B. Masalah Transportasi Fuzzy Segitiga Simetri

Masalah Transportasi Fuzzy Segitiga Simetri (*Fuzzy Transportation Problem with Symmetric Triangular Fuzzy Number*) disingkat FTPSTFN merupakan masalah transportasi fuzzy dengan parameter biaya transportasi, permintaan, dan persediaan berupa bilangan fuzzy segitiga simetri.
Model umum masalah FTPSTFN.

(FTPSTFN) Min $\tilde{z}=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\tilde{c}_{ij}\otimes\tilde{x}_{ij}$

dengan kendala $\sum_{j=1}^{n}\tilde{x}_{ij}\approx\tilde{a}_i$, $i=1,2,...,m$; $\sum_{i=1}^{m}\tilde{x}_{ij}\approx\tilde{b}_j$, $j=1,2,...,n$; $\tilde{x}_{ij}\gtrsim\tilde{0}$, $i=1,2,...,m$, $j=1,2,...,n$, $\tilde{a}_i,\tilde{b}_j,\tilde{c}_{ij},\tilde{x}_{ij}\in STFN$.

Jika kondisi $\sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_i\approx\sum_{j=1}^{n}\tilde{b}_j$ terpenuhi, maka masalah FTPSTFN dikatakan seimbang. Akan tetapi, jika $\sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_i\not\approx\sum_{j=1}^{n}\tilde{b}_j$, maka masalah FTPSTFN dikatakan tidak seimbang. Untuk menyeimbangkan masalah FTPSTFN dilakukan dengan cara menambahkan baris atau kolom dummy.

Definisi 7. [12] Himpunan solusi $\left\{\tilde{x}_{ij}\gtrsim\tilde{0}\,\middle|\, i=1,2,...,m; j=1,2,...,n\right\}$ dikatakan solusi fisibel fuzzy jika memenuhi semua kendala.
Jadi,

$$\left\{\tilde{x}_{ij}\gtrsim\tilde{0}\,\middle|\,\sum_{j=1}^{n}\tilde{x}_{ij}\approx\tilde{a}_i, i=1,2,...,m;\sum_{i=1}^{m}\tilde{x}_{ij}\approx\tilde{b}_j,\ j=1,2,...,n\right\}$$

merupakan ruang solusi fisibel fuzzy.

Jika solusi fisibel tersebut memberikan dampak meminimunkan total biaya transportasi, maka solusi fisibel tersebut dikatakan solusi optimal.

Jadi, $\tilde{x}_{ij}^0\in\left\{\tilde{x}_{ij}\gtrsim\tilde{0}\,\middle|\,\sum_{j=1}^{n}\tilde{x}_{ij}\approx\tilde{a}_i, i=1,2,...,m;\sum_{i=1}^{m}\tilde{x}_{ij}\approx\tilde{b}_j,\ j=1,2,...,n\right\}$ merupakan solusi optimal jika dan hanya jika $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\tilde{c}_{ij}\otimes\tilde{x}_{ij}^0\lesssim\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\tilde{c}_{ij}\otimes\tilde{x}_{ij}$ untuk setiap $\tilde{x}_{ij}\in\left\{\tilde{x}_{ij}\gtrsim\tilde{0}\,\middle|\,\sum_{j=1}^{n}\tilde{x}_{ij}\approx\tilde{a}_i, i=1,2,...,m;\sum_{i=1}^{m}\tilde{x}_{ij}\approx\tilde{b}_j,\ j=1,2,...,n\right\}$.

Definisi 8. [12] Solusi fisibel fuzzy yang meminimumkan total biaya transportasi fuzzy disebut solusi optimal fuzzy.

Jaminan adanya solusi fisibel fuzzy adalah masalah transportasi fuzzy seimbang.

Teorema 9. [12] Masalah transportasi fuzzy mempunyai solusi fisibel fuzzy jika dan hanya jika masalah transportasi fuzzy seimbang.
Bukti: lihat [7], [11]. □

Prosiding Pendidikan Matematika dan Matematika Volume 6 (2022)
e-ISSN No. 2721-6802

C. Metode Weighted Arithmetic Mean

Metode Weighted Arithmetic Mean (WAM) [11] merupakan metode alternatif dalam menentukan solusi pada masalah transportasi. Metode ini seperti metode least cost yang mana dalam metode least cost pengalokasian menekankan pada biaya terkecil pertama, kedua, dan seterusnya hingga semua permintaan terpenuhi dan semua persediaan habis. Pada metode WAM mempertimbangkan salah satu metode statistika, yaitu rata-rata yang disertai bobot. Pada penentuan bobot di setiap baris dan kolom diberikan secara urutan berupa bilangan asli setelah data diurutkan dari yang terbesar hingga yang terkecil. Kemudian pengalokasian ditekankan pada biaya terkecil yang terletak pada kolom atau baris yang mempunyai nilai weighted arithmetic mean terbesar. Hal inilah yang membedakan dengan metode least cost.

Untuk setiap data $y_k, k = 1,2,3,...,n$ dengan $y_k \geq y_{k+1}, k = 1,2,3,...,n$ berturut-turut dengan bobot $w_k = k, k = 1,2,3,...,n$ didefinisikan weighted arithmetic mean e_w oleh

$$e_w = \frac{\sum_{k=1}^{n} w_k y_k}{\sum_{k=1}^{n} w_k}.$$

Weighted arithmetic mean e_w merupakan rata-rata arithmetic, jika untuk setiap data $y_k, k = 1,2,3,...,n$ mempunyai bobot yang sama (katakan $w_k = 1, k = 1,2,3,...,n$), yaitu

$$e_w = \overline{y} = \frac{\sum_{k=1}^{n} y_k}{n}.$$

Berikut ini algoritma dari metode WAM [11].

1. Membuat tabel transportasi seimbang
2. Menghitung nilai weighted arithmetic mean
   Menghitung nilai weighted arithmetic mean e_w pada setiap baris dan kolom.
3. Pengalokasian
   Memilih baris atau kolom dengan nilai e_w terbesar dan mengalokasikan pada sel biaya terkecil sebesar jumlah yang mungkin dengan melihat permintaan atau persediaan, yaitu sebesar $\min\{a_i, b_j\}$.
   Jika nilai e_w terbesar lebih dari satu, maka memilih yang ada biaya terkecilnya diantara semuanya.
4. Mengulangi Langkah 2 dan Langkah 3 hingga semua permintaan terpenuhi dan semua penawaran habis.
5. Menghitung total biaya transportasi.

Penyelesaian masalah transportasi dengan menggunakan metode WAM secara umum memberikan solusi fisibel. Akan tetapi, untuk beberapa kasus memberikan solusi optimal dengan menguji keoptimalannya dengan menggunakan metode lain seperti MODI atau stepping stone.

Teorema 10. Metode WAM pada masalah transportasi memberikan solusi fisibel.
Bukti: Diberikan sebarang masalah transportasi. Jika masalah transportasi tidak seimbang, maka diseimbangkan dengan cara menambahkan dummy pada baris atau kolom yang sesuai. Diperoleh masalah transportasi seimbang. Untuk setiap baris dan kolom dihitung nilai e_w. Pada e_w terbesar dialokasikan sebesar $x_{ij} = \min\{a_i, b_j\}$ pada sel dengan biaya terkecil dan memberikan sisa sebesar $a_i - b_j \geq 0$ atau $b_j - a_i \geq 0$. Mengulangi kembali sedemikian sehingga setiap permintaan terpenuhi dan semua persediaan habis. Dari sini jelas diperoleh $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, i = 1,2,3,...,m$ dan $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, j = 1,2,3,...,n$. □

Penyelesaian masalah transportasi fuzzy khususnya pada bilangan fuzzy segitiga simetri dengan menggunakan metode WAM dapat dilakukan dengan cara mengubah masalah transportasi fuzzy ke dalam

Prosiding Pendidikan Matematika dan Matematika Volume 6 (2022)
e-ISSN No. 2721-6802

masalah transportasi biasa (crips). Kemudian baru diselesaikan dengan metode WAM. Untuk mengubah masalah transportasi fuzzy ke dalam masalah tranportasi biasa dapat ditegaskan dengan metode mean parameter rangking.

Adapun tahapan atau langkah-langkahnya sebagai berikut.

1. Diberikan masalah transportasi fuzzy segitiga simetri (FTPSTFN)
2. Mengubah masalah FTPSTFN menjadi masalah transportasi biasa dengan mean parameter ranking.
3. Menyelesaikan masalah transportasi biasa dengan metode WAM.
4. Diperoleh solusi crips.

D. Simulasi Numerik

Diberikan beberapa contoh penyelesaian masalah transportasi fuzzy segitiga simetri dengan metode weighted arithmetic mean.

Contoh 11. Diberikan masalah FTPSTFN dengan biaya transportasi, persediaan, dan permintaan berupa bilangan fuzzy segitiga simetri seperti pada Tabel 1 sebagai berikut.

Tabel 1 Tabel Transportasi

	D_1	D_2	Supply
S_1	$(16,20,24)$	$(24,30,36)$	$(150,200,250)$
S_2	$(5,10,15)$	$(32,40,48)$	$(50,100,150)$
Demand	$(100,150,200)$	$(100,150,200)$	$(200,300,400)$

Permasalahannya adalah menentukan pendistribusian barang sedemikian sehingga dibutuhkan biaya transportasi yang minimum.

Solusi:

Langkah 1 Masalah Transportasi Seimbang

Masalah FTPSTFN tersebut merupakan masalah transportasi seimbang, melalui mean parameter ranking, yaitu $\mathcal{R}(\tilde{A}) = b$, diperoleh masalah transportasi biasa (crips) seimbang seperti Tabel 2.

Tabel 2 Transportasi Seimbang

	D_1	D_2	Supply
S_1	20	30	200
S_2	10	40	100
Demand	150	150	300

Langkah 2 Menghitung nilai weighted arithmetic mean

Menghitung nilai weighted arithmetic mean e_w pada setiap baris dan kolom dengan menentukan bobot terlebih dahulu. Pada baris pertama (baris S_1) ada data 20 dan 30, maka 30 diberi bobot 1 dan 20 diberi bobot 2 dengan $e_w = \frac{2(20)+1(30)}{2+1} = 23{,}3$. Sedangkan pada baris kedua (baris S_2) 40 diberi bobot 1 dan 10 diberi bobot 2 dengan $e_w = 20$. Kemudian pada kolom pertama (kolom D_1) 20 diberi bobot 1 dan 10 diberi bobot 2 dengan $e_w = 13{,}3$, sedangkan pada kolom kedua (kolom D_2) 40 diberi bobot 1 dan 30 diberi bobot 2 dengan $e_w = 33{,}3$. Penulisan bobot baris ditulis di atas dan bobot kolom ditulis di bawah, diperoleh Tabel 3.

Tabel 3 Penentuan Bobot dan Nilai WAM

	D_1	D_2	Supply	e_w

Tabel 4 Pengalokasian

S_1	20_1^2	30_2^1	200	23,3
S_2	10_2^2	40_1^1	100	20
Demand	150	150	300	
e_w	13,3	33,3		

	D_1	D_2	Supply	e_w
S_1	20_1^2	30_2^1 **150**	200	23,3
S_2	10_2^2	40_1^1	100	20
Demand	150	150	300	
e_w	13,3	33,3		

Langkah 3 Pengalokasian

Pada Langkah 2 diperoleh nilai e_w terbesar adalah $e_w = 33{,}3$ berada pada kolom kedua (kolom D_2). Pada kolom D_2 biaya terendahnya adalah 30, maka dialokasikan sebesar $\min\{150, 200\} = 150$ seperti Tabel 4.

Langkah 4 Mengulangi Langkah 2 dan 3

Menghitung kembali nilai e_w dan pengalokasian kembali, seperti Tabel 5.

Tabel 5 Penentuan Bobot Nilai WAM dan Pengalokasian

	D_1	D_2	Supply	e_w
S_1	20_1^1	30 **150**	200	20
S_2	10_2^1	40	100	10
Demand	150	150	300	
e_w	13,3	-		

Tabel 6 Pengalokasian Lanjutan

	D_1	D_2	Supply	e_w
S_1	20 **50**	30 **150**	200	-
S_2	10_1^1	40	100	10
Demand	150	150	300	
e_w	10	-		

Nilai weighted arithmetic mean terbesar adalah $e_w = 20$ berada pada baris pertama (baris S_1) dan mengalokasikan sebesar 50 (Tabel 6)

Kemudian terakhir mengalokasikan sebesar 100 pada sel (2,1) sehingga diperoleh seperti Tabel 7.

Tabel 7 Solusi

	D_1	D_2	Supply
S_1	20 **50**	30 **150**	200
S_2	10 **100**	40 **0**	100
Demand	150	150	300

Langkah 5 Menghitung total biaya transportasi

Total biaya transportasi diperoleh sebesar $z = 6.500$ atau $\tilde{z} = (4.900, 6.500, 8.100)$.

Jika permasalahan diselesaikan dengan metode least cost diperoleh total biaya transportasi sebesar 6.500 dengan pengalokasian seperti pada Tabel 7.

Contoh 12. Diberikan masalah FTPSTFN seperti pada Tabel 8 berikut.

Tabel 8 Tabel Transportasi

	D_1	D_2	D_3	D_4	Supply
S_1	$(16, 20, 24)$	$(24, 30, 36)$	$(45, 50, 55)$	$(8, 10, 12)$	$(5, 10, 15)$

S_2	$(66,70,74)$	$(28,30,32)$	$(34,40,46)$	$(50,60,70)$	$(10,15,20)$
S_3	$(30,40,50)$	$(0,10,20)$	$(65,70,75)$	$(12,20,28)$	$(15,20,25)$
Demand	$(0,5,10)$	$(10,10,10)$	$(10,10,10)$	$(20,20,20)$	$(40,45,50)$

Permasalahannya adalah menentukan pendistribusian barang sedemikian sehingga dibutuhkan biaya transportasi yang minimum.
Solusi:
Langkah 1 Masalah Transportasi Crips Seimbang
Masalah FTPSTFN tersebut merupakan masalah transportasi seimbang, melalui mean parameter ranking, yaitu $\mathfrak{R}(\tilde{A}) = b,$ diperoleh masalah transportasi biasa (crips) seimbang seperti Tabel 9.

Tabel 9 Transportasi Seimbang

	D_1	D_2	D_3	D_4	Supply
S_1	20	30	50	10	10
S_2	70	30	40	60	15
S_3	40	10	70	20	20
Demand	5	10	10	20	45

Langkah 2 Menghitung e_w
Pemberian bobot di setiap baris dan kolom dan menghitung nilai WAM seperti Tabel 10.

Tabel 10 Penentuan Bobot dan Nilai WAM

	D_1	D_2	D_3	D_4	Supply	e_w
S_1	20_3^3	30_1^2	50_2^1	10_3^4	10	21
S_2	70_1^1	30_2^4	40_3^3	60_1^2	15	43
S_3	40_2^2	10_3^4	70_1^1	20_3^3	20	25
Demand	5	10	10	20	45	
e_w	35	20	48,3	25		

Langkah 3 dan Langkah 4 Pengalokasian dan Pengulangan
Setelah menghitung e_w dan pengalokasian serta pengulangan Langkah 2 dan Langkah 3, diperoleh pengalokasian terakhir seperti Tabel 11.

Tabel 11 Solusi

	D_1	D_2	D_3	D_4	Supply
S_1	20 **5**	30 **0**	50 **0**	10 **5**	10
S_2	70 **0**	30 **5**	40 **10**	60 **0**	15
S_3	40 **0**	10 **5**	70 **0**	20 **15**	20

Demand	5	10	10	20	45

Langkah 5 Menghitung total biaya transportasi

Total biaya transportasi diperoleh sebesar 1.050 atau $\tilde{z} = (780, 1.050, 1.320)$.

Jika diselesaikan dengan metode least cost diperoleh total biaya transportasi 1.150, seperti Tabel 12.

Tabel 12 Solusi Metode Least Cost

	D_1	D_2	D_3	D_4	Supply
S_1	20 0	30 **0**	50 **0**	10 **10**	10
S_2	70 **5**	30 **0**	40 **10**	60 **0**	15
S_3	40 **0**	10 **10**	70 **0**	20 **10**	20
Demand	5	10	10	20	45

III. SIMPULAN DAN SARAN

Kombinasi metode mean parameter ranking dan metode WAM dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi fuzzy segitiga simetri. Metode mean parameter ranking untuk mengubah masalah transportasi fuzzy ke dalam masalah transportasi crips yang selanjutnya diselesaikan dengan metode WAM. Metode WAM merupakan metode solusi fisibel awal seperti metode least cost, akan tetapi berdasarkan kasus metode WAM relatif lebih baik dibandingkan dengan metode least cost. Metode WAM menitikberatkan pada rata-rata berbobot terbesar dan biaya terkecil dalam pengalokasinnya.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Siswanto, Operation Research. Jakarta: Erlangga, 2016.

[2] W. L. Winston, Operations Research Applications and Algoritms, 4th ed. New York : Duxbury, 2004.

[3] Wijaya A., Pengantar Riset Operasi. Edisi 2. Jakarta: Mitra Wacana media, 2012.

[4] A. Quddoos, S. Javaid, and M. M. Khalid, “A New Method for Finding an Optimal Solution for Transportation Problems,” International Journal on Computer Science and Engineering (IJCSE), vol. 4, no. 7, pp. 1271–1274, July 2012.

[5] Gaurav Sharma, S. H. Abbas, and V. K. Gupta, “Optimum Solution of Transportation problem with the help of Zero Point Method,” International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT), vol. 1, pp. 1–6, July 2012.

[6] S. Ezhil Vannan and S. Rekha, “A New Method for Obtaining an Optimal Solution for Transportation Problem,” International Journal of Engineering and Advanced Technology (IJEAT), vol. 2, pp. 369–371, June 2013.

[7] Solikhin, “Metode Fuzzy ASM pada Masalah Transportasi Fuzzy Seimbang,” Prosiding, ISBN 978-602-73403-3-6, pp. 257-264, 2017.

[8] P. Pandian and G. Natarajan, “A New Algorithm for Finding a Fuzzy Optimal Solution for Fuzzy Transportation Problems, “Applied Mathematical Sciences, vol. 4, pp. 79–90, May 2010.

[9] M. R. Fegade, V. A. Jadhav, and A. A. Muley, “Solving Fuzzy Transportation Problem Using Zero Suffix and Robust Ranking Methodology,” IOSR Journal of Engineering (IOSRJEN), vol. 2, pp. 36–39, July 2012.

[10] K. Thiagarajan, H. Saravanan, and P. Natarajan, “Finding on Optimal Solution for Transportation Problem- Zero Neighbouring Method,” Ultra Scientis, vol. 25A, pp. 281–284, July 2013.

[11] M. M. Gothi, R. G. Patel, and B. S. Patel, “A concept of an optimal solution of the transportation problem using the weighted arithmetic mean,” *Adv. Math. Sci. J.*, vol. 10, no. 3, pp. 1707–1720, 2021, doi: 10.37418/amsj.10.3.52.

[12] S. Mohanaselvi and K. Ganesan,”Fuzzy Optimal Solution to Fuzzy Transportation Problem: A New Approach,” International Journal on Computer Science and Engineering (IJCSE), vol. 4, pp. 367–375, March 2012.

[13] F. A. Giarcarlo, C. X. C. A. Barbara & E. W. Volmir, “New Methodology to Find Initial Solution for Transportation Problems, a Case Study with Fuzzy Parameter,” Applied Mathematical Sciences, vol. 9, pp. 915-927, 2015.

[14] C. Sudhagar & K. Ganesan, “Fuzzy Integer Linear Programming with Fuzzy Decision Variables,” Applied Mathematical Sciences, vol. 4, pp. 3493-3502, 2010.

[15] M. Shanmugasundari & K. Ganesan, “A Novel Approach for the Fuzzy Optimal Solution of Fuzzy Transportation Problem,” International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA), vol. 3, pp. 1416-1424, 2013.