

Perbandingan Harga Call Option Tipe Eropa Menggunakan Model Black-Scholes dan Ekspansi Gram-Charlie

Fitri Amanah
Universitas Gadjah Mada
f_amanah@ymail.com

Abstrak—Tujuan penelitian ini adalah membandingkan harga opsi call model Black-Scholes dengan model ekspansi Gram-Charlier. Model Black-Scholes mengasumsikan return saham berdistribusi normal. Sedangkan seringkali ditemukan return saham yang tidak berdistribusi normal. Karenanya pada model ekspansi Gram-Charlier diberikan penyesuaian skewness dan kurtosis pada rumus Black-Scholes. Pada penelitian ini dilakukan studi kasus pada 3 saham yaitu saham ORCL, AMZN, dan XOM yang memiliki nilai skewness dan kurtosis berbeda-beda. Hasil penelitian menunjukkan pada saham ORCL (skewness = 1,023; kurtosis = 15,892), model ekspansi Gram-Charlier lebih mendekati harga opsi pasar dibandingkan dengan harga opsi Black-Scholes. Saham AMZN (skewness = -0,028; kurtosis= 1,292), model ekspansi *Gram-Charlier* lebih mendekati harga opsi pasar dibandingkan dengan harga opsi model *Black-Scholes*. Saham XOM (skewness = 0,032; kurtosis = 2,88), harga opsi *Black-Scholes* lebih mendekati harga opsi pasar dibandingkan dengan harga opsi model ekspansi Gram-Charlier.

Kata kunci: model Black-Scholes, model ekspansi Gram-Charlier, Opsi call

I. PENDAHULUAN

Instrumen yang diperdagangkan dan banyak diminati adalah opsi. Opsi merupakan perjanjian atau kontrak antara penjual opsi (*seller atau writer*) dengan pembeli opsi (*buyer*). Penjual opsi menjamin adanya hak untuk membeli atau menjual suatu aset tertentu pada waktu dan harga yang telah ditetapkan. Apabila saat waktu jatuh tempo (*expiration date*) pemegang opsi tidak menggunakan haknya, maka hak tersebut akan hilang dengan sendirinya [1].

Secara umum opsi dibedakan menjadi dua yaitu opsi beli (*call option*) dan opsi jual (*put option*). Opsi berdasarkan waktu penggunaannya dikelompokkan menjadi dua, yaitu opsi tipe Amerika dan opsi tipe Eropa. Saat ini banyak berkembang metode-metode untuk menghitung harga opsi. Hal ini akan terus berkembang karena sangat membantu investor dalam menentukan keputusan investasi pada opsi.

Beberapa referensi terkait opsi yaitu referensi [2] menjelaskan aplikasi opsi saham *barrier* tipe *up and out call* di Bursa Efek Indonesia menggunakan metode binomial *tree*. Hasil penelitian tersebut menunjukkan nilai opsi saham tipe *up and out call* Amerika lebih murah dibandingkan nilai opsi *call* regular tipe Amerika. Sedangkan referensi [3] menjelaskan penentuan harga opsi *barrier* tipe eropa dengan metode *antithetic variate* pada simulasi monte carlo. Hasil penelitian tersebut menunjukkan harga opsi menggunakan metode *antithetic variate* lebih murah dibandingkan harga opsi standar.

Salah satu model yang lazim digunakan untuk menghitung harga opsi adalah model Black- Scholes. Model ini dikembangkan oleh Fisher Black dan Myron (1973) yang telah banyak diterapkan baik dalam konteks akademik maupun praktis. Asumsi praktis dalam model Black-Scholes adalah return saham mengikuti distribusi normal dengan volatilitas konstan [4]. Namun, seringkali ditemukan return saham yang tidak berdistribusi normal. Untuk mengatasi hal tersebut dikembangkan opsi model ekspansi Gram-Charlier, yaitu model yang memberikan penyesuaian skewness dan kurtosis pada rumus Black-Scholes. Referensi [5] menjelaskan penggunaan Model Black-Scholes untuk Penentuan Harga Opsi Jual Tipe Eropa.

Selanjutnya, pada penelitian ini akan dilakukan perbandingan antara harga opsi Black-Scholes dan ekspansi Gram-Charlier dengan harga opsi di pasar

II. METODE PENELITIAN

A. Model Black-Scholes

Model Black-Scholes untuk valuasi harga opsi merupakan model yang digunakan banyak peneliti dan praktisi keuangan. Model ini dikembangkan oleh Fischer Black dan Myron Scholes (1976), akan tetapi penggunaannya terbatas hanya pada harga opsi tipe Eropa (*European option*) yang dijalankan pada waktu jatuh tempo saja, tidak berlaku untuk opsi tipe Amerika (*American option*). Rumus harga opsi beli model Black-Scholes adalah :

$$\begin{aligned} C_{BS} &= e^{-rT} E[\max(S_T - K, 0)] \\ &= e^{-rT} (S_0 e^{rT} [N(d_1)] - K [N(d_2)]) \\ &= S_0 [N(d_1)] - K e^{-rT} [N(d_2)] \end{aligned} \quad (1)$$

dengan :

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S_0}{K} + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

- S_0 = Harga saham terkini
- r = Suku bunga bebas risiko
- K = Strike price
- T = Waktu jatuh tempo
- σ = Nilai volatilitas

B. Harga Opsi Beli Tipe Eropa Menurut Ekspansi Gram-Charlier

Asumsi yang digunakan pada model Black-Scholes adalah return saham berdistribusi normal. Namun, dalam aplikasinya sering kali ditemui return saham tidak berdistribusi normal. Hal ini yang membuat penentuan harga opsi yang kurang akurat jika menggunakan model Black-Scholes. Oleh karena itu dibutuhkan fungsi densitas baru, yang diekspansi dari fungsi densitas normal dimana didalamnya terdapat densitas normal ditambah dengan faktor koreksi berupa unsur *skewness* dan *kurtosis* yang disebut ekspansi Gram-Charlier.

Harga opsi beli berdasarkan ekspansi Gram Charlier adalah :

$$\begin{aligned} C_{GC} &= e^{-rT} E[\max(S_T - K, 0)] \\ &= C_{BS} + \frac{\mu_3}{3!} I_1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{4!} I_2 \\ &= C_{BS} + \mu_3 Q_3 + (\mu_4 - 3) Q_4 \end{aligned} \quad (2)$$

dengan,

$$C_{BS} = S_0 [N(d_1)] - K e^{-rT} [N(d_2)]$$

μ_3 = skewness

μ_4 = kurtosis

$$Q_3 = \frac{1}{3!} S_0 \sigma \sqrt{T} \left(n(d_1) (2\sigma\sqrt{T} - d_1) + \sigma^2 T n(d_1) \right)$$

$$Q_4 = \frac{1}{3!} S_0 \sigma \sqrt{T} \left(n(d_1) (d_1^2 - 3\sigma\sqrt{T} (d_1 - \sigma\sqrt{T}) - 1) + (\sigma\sqrt{T})^3 N(d_1) \right)$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S_0}{K} + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

C. Mean Square Error (MSE)

MSE merupakan rata-rata selisih kuadrat antara nilai yang diramalkan dan yang diamati. Nilai MSE dapat dihitung dengan persamaan berikut [6]:

$$MSE = \sum_{t=1}^n \frac{(X(t) - F(t))^2}{n} \quad (3)$$

Dengan $X(t)$ merupakan data aktual pada periode t , dalam kasus ini data aktual yang digunakan nilai opsi yang ditawarkan (harga opsi pasar). $F(t)$ merupakan nilai peramalan pada periode t , nilai peramalan yang digunakan adalah nilai opsi Black-Scholes dan ekspansi Gram-Charlier. Dan n banyaknya peramalan, yaitu banyaknya n return data saham.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam studi ini akan dihitung harga opsi beli tipe Eropa dengan model Black-Scholes dan ekspansi Gram-Charlier. Setelah didapatkan harga opsi tersebut, dilanjutkan dengan membandingkan dengan harga opsi di pasar. Waktu jatuh tempo opsi yang diambil adalah tanggal 18 Juni 2021 ($T=0,787$ tahun). Suku bunga bebas resiko (r) = 0,25% (Data dari *Federal Fund Rate*). Data yang diambil adalah data harga saham harian selama 1 tahun (2 Desember 2019 – 1 Desember 2020) saham ORCL, AMZN dan XOM. Dari data saham tersebut kemudian dihitung nilai Log-return dengan rumus :

$$R_T = \ln \frac{S_T}{S_{T-1}}$$

Berdasarkan data Log-return ketiga saham diatas, akan diperoleh data sebagai berikut :

TABEL 1. RANGKUMAN DATA SAHAM

	Saham		
	ORCL	AMZN	XOM
Harga Saham (S0)	\$58,74	\$3220,08	\$38,50
Volatilitas	40,03%	38,41%	52,37%
Skewness	1,023	-0,028	0,032
Kurtosis	15,892	1,292	2,887

Setelah dilakukan perhitungan menggunakan bantuan software Microsoft Excel, diperoleh harga opsi beli tipe Eropa untuk model Black-Scholes dan ekspansi Gram-Charlier sebagai berikut:

A. Rincian harga opsi untuk saham Oracle Corporation (ORCL)

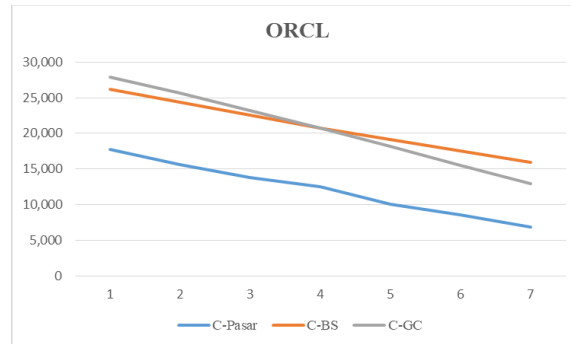
TABEL 2. SAHAM ORACLE CORPORATION (ORCL)

K	Q3	Q4	C-Pasar	C-BS	C-GC	MSE C-BS	MSE C-GC
40	0,127	0,119	17,740	26,210	27,880	0,285	0,408
42,5	0,081	0,094	15,600	24,331	25,625	0,302	0,399
45	0,051	0,051	13,750	22,511	23,225	0,305	0,356
47,5	0,043	-0,007	12,530	20,760	20,710	0,269	0,266
50	0,060	-0,079	10,020	19,084	18,124	0,326	0,261
52,5	0,103	-0,161	8,600	17,489	15,524	0,314	0,190
55	0,171	-0,247	6,820	15,981	12,971	0,333	0,150
					Rata-rata	0,304	0,29

Pada model ini, diketahui log-return saham *Oracle Corporation* tidak berdistribusi normal (Skewness = 1,023, kurtosis= 15,893). Berdasarkan tabel diatas, harga opsi *call* dengan ekspansi Gram-Charlier berbeda dengan harga opsi *call* model Black-Scholes. Selanjutnya, dengan melihat perbandingan harga opsi kedua model dengan harga di pasar, terlihat bahwa harga-harga opsi model *Black-Scholes* lebih

mendekati harga di pasar ketika harga kontrak (K) semakin kecil. Sedangkan harga opsi model ekspansi *Gram-Charlier* semakin mendekati harga pasar saat harga kontrak (K) semakin besar.

Jika melihat nilai *Mean Square Error* (MSE), maka harga opsi model ekspansi *Gram-Charlier* lebih baik dibandingkan harga opsi *Black-Scholes* karena memiliki MSE lebih kecil (0,29). Sehingga penentuan harga opsi untuk *return* yang jauh dari normal (Skewness = 1,023 dan kurtosis= 15,893), model ekspansi *Gram-Charlier* lebih baik dibandingkan model *Black-Scholes*. Perbandingan harga opsi *Black-Scholes* dan ekspansi *Gram-Charlier* dapat dilihat pada Gambar 1.



GAMBAR 1. PERBANDINGAN HARGA OPI SAHAM ORCL

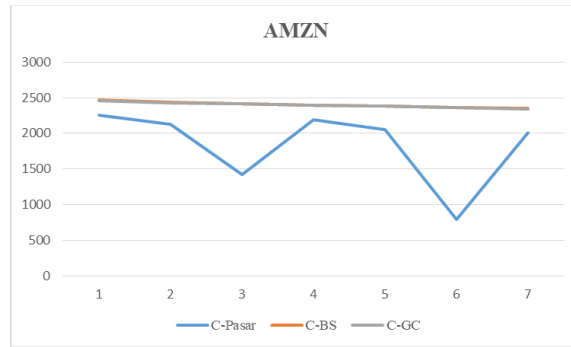
B. Rincian harga opsi untuk saham Amazon.com, Inc. (AMZN)

TABEL 3. SAHAM AMAZON.COM, INC. (AMZN)

K	Q3	Q4	C-Pasar	C-BS	C-GC	MSE C-BS	MSE C-GC
920	21,197	1,824	2.253,65	2.464,31	2.460,61	176,11	169,96
960	21,186	1,835	2.130,40	2.431,46	2.427,73	359,66	350,81
980	21,179	1,843	1.426,65	2.415,03	2.411,29	3.876,54	3.847,26
1000	21,171	1,852	2.188,15	2.398,60	2.394,84	175,75	169,53
1020	21,160	1,862	2.052,46	2.382,17	2.378,40	431,38	421,57
1040	21,148	1,874	794,86	2.365,74	2.361,95	9.792,33	9.745,10
1060	21,133	1,889	2.011,00	2.349,31	2.345,50	454,19	444,00
Rata-rata						2.180,85	2.164,03

Pada model ini, return saham *Amazon.com, Inc* tidak berdistribusi normal (Skewness = -0.028, kurtosis= 1,292). Berdasarkan tabel di atas, terlihat bahwa harga opsi call dengan ekspansi *Gram-Charlier* dan *Black-Scholes* relative sama. Jika melihat nilai *Mean Square Error* (MSE), maka harga opsi model ekspansi *Gram-Charlier* lebih baik dibandingkan harga opsi model *Black-Scholes* karena memiliki MSE lebih kecil. Sehingga penentuan harga opsi untuk *return* yang jauh dari normal (Skewness = -0.028, kurtosis= 1,292), model ekspansi *Gram-Charlier* lebih baik dibandingkan model *Black-Scholes*

Hal ini juga terlihat dari pergerakan harga opsi model Ekspansi *Gram-Charlier* yang selalu mendekati harga pasar untuk semua harga kontrak (K) di atas. Dengan kata lain model ekspansi *Gram-Charlier* lebih mendekati harga opsi pasar dibandingkan dengan harga opsi model *Black-Scholes*. Perbandingan harga opsi *Black-Scholes* dan ekspansi *Gram-Charlier* dapat dilihat pada Gambar 2.



GAMBAR 2. PERBANDINGAN HARGA SAHAM AMZN

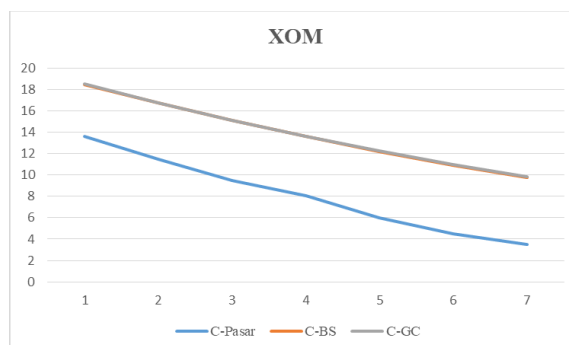
C. Rincian harga opsi untuk saham Exxon Mobil Corporation (XOM)

TABEL 4. SAHAM EXXON MOBIL CORPORATION (XOM)

K	Q3	Q4	C-Pasar	C-BS	C-GC	MSE C-BS	MSE C-GC
25.0	0.385	0.081	13.600	18.484	18.487	0.095	0.095
27.5	0.382	0.012	11.450	16.749	16.759	0.111	0.112
30.0	0.414	-0.076	9.490	15.119	15.140	0.126	0.127
32.5	0.480	-0.176	8.050	13.601	13.636	0.122	0.124
35.0	0.574	-0.279	6.000	12.200	12.249	0.153	0.155
37.5	0.690	-0.378	4.500	10.914	10.979	0.163	0.167
40.0	0.820	-0.467	3.500	9.743	9.822	0.155	0.159
Rata-rata						0,132	0,134

Pada studi kasus ini, return saham *Exxon Mobil Corporation* mendekati distribusi normal dengan nilai *Skewness* = 0,032 dan *kurtosis*= 2,887. Berdasarkan Tabel 3, harga opsi *call* dengan ekspansi *Gram-Charlier* dan *Black-Scholes* relative sama. Artinya, nilai opsi *call* saham XOM model *Black-Scholes* tidak jauh berbeda dengan harga opsi *call* model ekspansi *Gram-Charlier*. Nilai *Mean Square Error* (MSE) kedua model juga relative sama. Namun nilai MSE opsi model *Black-Scholes* (0,132) lebih kecil dibandingkan model ekspansi *Gram-Charlier* (0,134). Dengan kata lain harga opsi *Black-Scholes* lebih mendekati harga opsi pasar dibandingkan dengan harga opsi model ekspansi *Gram-Charlier*. Hal ini juga terlihat dari pergerakan harga opsi model *Black-Scholes* yang selalu mendekati harga pasar untuk semua harga kontrak (K) di atas. Sehingga untuk return saham yang mendekati distribusi normal (*skewness* = 0,032 dan *kurtosis* = 2,887), harga opsi model *Gram-Charlier* akan mendekati harga opsi *Black-Scholes*.

Perbandingan harga opsi *Black-Scholes* dan ekspansi *Gram-Charlier* dapat dilihat pada Gambar 3.



GAMBAR 3. PERBANDINGAN HARGA SAHAM XOM

IV. SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil pembahasan dan studi kasus, dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Saham ORCL (skewness = 1,023; kurtosis = 15,892), model ekspansi *Gram-Charlier* lebih mendekati harga opsi pasar dibandingkan dengan harga opsi Black-Scholes.
2. Saham AMZN (skewness = -0,028; kurtosis= 1,292), model ekspansi *Gram-Charlier* lebih mendekati harga opsi pasar dibandingkan dengan harga opsi model *Black-Scholes*.
3. Saham XOM (skewness = 0,032; kurtosis = 2,88), harga opsi *Black-Scholes* lebih mendekati harga opsi pasar dibandingkan dengan harga opsi model ekspansi *Gram-Charlier*.

Untuk penelitian selanjutnya, dapat melakukan simulasi studi kasus opsi *barrier*, diantaranya opsi *call barrier up and out, down and in, down and put*, serta *up and in* dengan berbagai variasi *skewness* dan *kurtosis*.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Tandelilin, E. 2010. *Portfolio dan Investasi*. Yogyakarta: Kanisius
- [2] Purnaba, G.P, dkk. 2012. Opsi Barrier Saham Tipe Up and Out Call di Bursa Efek Indonesia. *Jurnal of Mathematics and Its Applications* Vol. 11 (1)
- [3] Putri, Luh Hena Terecia, dkk. 2018. Penentuan Harga Jual Opsi Barrier Tipe Eropa dengan Metode Antithetic Variate pada Simulasi Monte Carlo. *E-Jurnal Matematika* Vol. 7 (2), hal 71-78.
- [4] Mooy, MN, dkk. 2017. Penentuan Harga Opsi Put dan Call Tipe Eropa Terhadap Saham Menggunakan Model Black-Scholes. *Jurnal Gaussian* Vol 6 (3), hal 4017-417
- [5] Widyawati, dkk. 2013. Penggunaan Model Black-Scholes untuk Penentuan Harga Opsi Jual Tipe Eropa. *Buletin Ilmiah Math. Stat dan Terapannya*. Vol. 02 (1), hal 13-2
- [6] Reksaningrum, Yesya Nalendra, dkk. Penentuan Nilai Opsi Saham Tipe Eropa Tnpa Dividen dengan Blac-Scholes dan Constant Elasticity of Vaiance. *Buletin Ilmiah Math. Stat dan Terapannya*. Vol. 08 (2), hal 167-174